

TRIOLOGÍA

CIENCIA · TECNOLOGÍA · SOCIEDAD

ARTÍCULOS

EXPRESIÓN DE PROTEÍNAS DE LA FAMILIA
I ANKTM EN *Arabidopsis thaliana*

GELES AIREADOS DE AISLADO DE SUERO PROTEICO
COMO NUEVAS MATRICES ALIMENTARIAS: EFECTO
DEL TRATAMIENTO TÉRMICO SOBRE LA MICROESTRUCTURA
Y PROPIEDADES MECÁNICAS

MONITOREO EXPERIMENTAL DE LA
CALIDAD DEL AIRE EN LA REGIÓN METROPOLITANA

RELACION ENTRE LA CONECTIVIDAD Y LA CALIDAD, DE UN
PROCESO DE APRENDIZAJE EN AULA, CON LAS EMOCIONES.

Relation between quality and connectivity of a learning
process in classroom with the emotions

LA EDUCACIÓN INTERCULTURAL EN EL ÁREA DE LAS CIENCIAS
Intercultural education in the area of science

MODELADO NUMÉRICO DE TEMPERATURA CINÉTICA PARA LA
EXPLOTACIÓN SUSTENTABLE DE SALARES DE LITIO

EL TEOREMA DE PITÁGORAS Y SUS EXTENSIONES



UNIVERSIDAD
TECNOLÓGICA
METROPOLITANA
del Estado de Chile

DICIEMBRE | 2015

Vol. 27 • Nº 38



UTEM

UNIVERSIDAD
TECNOLÓGICA
METROPOLITANA
del Estado de Chile

TRILOGÍA

CIENCIA · TECNOLOGÍA · SOCIEDAD



EDICIONES UNIVERSIDAD
TECNOLÓGICA METROPOLITANA

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA METROPOLITANA

Casilla 9845, Santiago de Chile
Derechos Reservados
Trilogía. Ciencia - Tecnología - Sociedad
I.S.S.N.: 0716-0356
Vol.27, N° 38, diciembre 2015, Santiago de Chile

• REPRESENTANTE LEGAL

Luis Pinto Faverio

• DECANO FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, MATEMÁTICA Y DEL MEDIO AMBIENTE

Manuel Jeria Orell

• EDITOR JEFE

Oscar Marambio Pinto

• COMITÉ EDITORIAL

Carlos Cubillos Leiva
Cecilia Ríos Rolland
Hugo Herrera Garrido
Oscar Marambio Pinto
Rommy Zúñiga Pardo

• DISEÑO - DIAGRAMACIÓN - CORRECCIÓN DE ESTILOS

Vicerrectoría de Transferencia Tecnológica y Extensión
Ediciones Universidad Tecnológica Metropolitana

TRILOGÍA Ciencia - Tecnología - Sociedad

Volumen 27, Número 38, diciembre 2015

Trilogía es una publicación semestral de la Universidad Tecnológica Metropolitana

Agradecemos Canje
Casilla 9845. Santiago, Chile.
Fono: (+56 2) 2 787 7633
e-mail: editorial@utem.cl

Trilogía es una revista semestral de la Universidad Tecnológica Metropolitana que se publica desde el año 1981. Sus artículos están indizados e integrados en la base de datos "Fuente Académica" de EBSCO Information Services, en la Revista Interamericana de Bibliografía y en Periódica: Índice de Revistas Latinoamericanas de Ciencias.

Es el órgano oficial de la Universidad Tecnológica Metropolitana que tiene por objetivo difundir los saberes que se generan

a partir de la diversidad disciplinaria que acoge dicha casa de estudio, registrando contribuciones de las Ciencias Exactas, Naturales, Tecnología, Ciencias Sociales, Artes y Humanidades.

Está registrada en el Sistema Regional de Información en Línea para Revistas Científicas de América Latina, El Caribe, España y Portugal (Latindex) y en ULRICHWEB: Global Serials Directory.

SUMARIO

1	EXPRESIÓN DE PROTEÍNAS DE LA FAMILIA I ANKTM EN <i>Arabidopsis thaliana</i>	6
2	GELES AIREADOS DE AISLADO DE SUERO PROTEICO COMO NUEVAS MATRICES ALIMENTARIAS: EFECTO DEL TRATAMIENTO TÉRMICO SOBRE LA MICROESTRUCTURA Y PROPIEDADES MECÁNICAS	18
3	MONITOREO EXPERIMENTAL DE LA CALIDAD DEL AIRE EN LA REGIÓN METROPOLITANA	32
4	RELACION ENTRE LA CONECTIVIDAD Y LA CALIDAD, DE UN PROCESO DE APRENDIZAJE EN AULA, CON LAS EMOCIONES. Relation between quality and connectivity of a learning process in classroom with the emotions	50
5	LA EDUCACIÓN INTERCULTURAL EN EL ÁREA DE LAS CIENCIAS Intercultural education in the area of science	64
6	MODELADO NUMÉRICO DE TEMPERATURA CINÉTICA PARA LA EXPLOTACIÓN SUSTENTABLE DE SALARES DE LITIO	76
7	EL TEOREMA DE PITÁGORAS Y SUS EXTENSIONES	94

PRESENTACIÓN

Trilogía, como órgano oficial de difusión del conocimiento disciplinario diverso generado en la Universidad Tecnológica Metropolitana, en su edición que hoy sale a la luz, coincidentemente lo hace en un momento de nuestro devenir histórico en que por una parte las Universidades del Estado están llamadas formalmente a constituirse en Universidades que desarrollen activamente la investigación e impulsen la innovación (Universidades complejas) y, por otra parte en una etapa en que la institucionalidad de apoyo a la investigación en el país se encuentra debilitada habiendo sufrido sucesivas renunciadas de los presidentes de CONICYT. Lo anterior se corrobora en las cifras estadísticas, toda vez que en nuestro país el gasto en I+D no ha superado el 0,35% lo que nos deja al final de la lista a nivel OECD, en donde el promedio de inversión en I+D es de 2,3% del PIB. No obstante este oscuro panorama, finalmente nuestra Universidad ha dado un paso en la dirección correcta en el sentido de impulsar la investigación a través de una política de incentivos que esperamos catapultará la productividad a niveles exigidos por los estándares de acreditación en esta área. No obstante, estamos ciertos que este es un camino largo por recorrer, que forma parte de un proceso en el que necesariamente se irán incorporando cada vez más investigadores en la evolución natural del recambio generacional que se debe ir produciendo.

En este contexto, es un privilegio y una distinción para mí presentar y poner a consideración de Uds. el producto de parte del trabajo de investigación que se lleva a cabo en nuestra Facultad, en particular, en esta oportunidad se exponen los resultados de un amplio espectro de Profesores(as) investigadores(as) que abarcan desde modelado numérico aplicables a la minería, pasando por nuevas matrices alimentarias, expresión de proteínas en vegetales, extensiones del teorema de Pitágoras, monitoreo instrumental de la calidad del aire, hasta terminar con temas educativos relacionados con las emociones y la interculturalidad.

Esta nueva modalidad de la Revista Trilogía ha permitido brindar espacios para que nuevos investigadores presenten sus trabajos de investigación científica y se produzca así la divulgación, siempre tan necesaria del quehacer de la Universidad en sus diferentes áreas del conocimiento.

Finalmente deseo expresar en nombre de los académicos de la Facultad de Ciencias el agradecimiento a todos quienes han hecho posible que este número de trilogía vea la luz.

MANUEL JERIA ORELL

Decano
Facultad de Ciencias Naturales, Matemática
y del Medio Ambiente

Cristian Becerra Baeza

Académico Departamento de Biotecnología, Facultad de Ciencias Naturales, Matemática y del Medio Ambiente, Universidad Tecnológica Metropolitana.

Carlos M. Vicient Sánchez

Científico titular del Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC, España), Centro de Investigación en Agrigenómica (CRAG) (CSIC-IRTA-UAB-UB).

EXPRESIÓN DE PROTEÍNAS DE LA FAMILIA I ANKTM EN *Arabidopsis thaliana*

RESUMEN

Un análisis *in silico* de la Familia I de genes *AtAnkTm* en *Arabidopsis thaliana* L. ha aportado nuevos datos de expresión génica basada en análisis transcripcionales e información sobre proteínas que potencialmente interactúan con las proteínas codificadas por estos genes. Además, se han revisado los conocimientos acerca de los 11 genes integrantes de esta familia al revisar y actualizar el registro de publicaciones asociadas a ellos, que fue ampliado consistentemente.

ABSTRACT

An *in silico* analysis of Family I *AtAnkTm* genes from *Arabidopsis thaliana* L. reported new information of the expression of the genes from transcripts databases and proteins that putatively interact with the proteins encoded by them. In addition, the knowledge of the 11 members of this gene family was updated and significantly expanded by reviewing the publication records associated with them.

INTRODUCCIÓN

El número total de genes estimado en el genoma de la planta modelo *Arabidopsis thaliana* es de unos 26.000 (Berardini et al., 2004), repartidos en unas 7.500 familias, considerando como familia de genes a aquél conjunto de genes que codifican proteínas cuyas secuencias son similares (*The Arabidopsis Genome Initiative*, 2000). De acuerdo a lo anterior, el número de tipos de proteínas codificadas por los genes de *Arabidopsis* se estima en unas 11.600, similar a otros organismos multicelulares. Un 65% de los tipos de proteínas son codificados por familias de genes.

Una forma de predecir la función de un gen es determinar la presencia y organización de dominios proteicos conservados (Sessions et al., 2002). Se entiende por dominio proteico una porción de una proteína con estructura terciaria definida y, en general, asociado a alguna función.

Dominios transmembrana (*Tm*): están compuestos por entre 15 y 30 residuos mayoritariamente hidrofóbicos y se encuentran en proteínas que se localizan en alguna membrana celular. Unos 4.600 genes de *Arabidopsis thaliana* (18%) contienen dos o más dominios transmembrana (Ward, 2001; Schwacke et al., 2003). Las proteínas integrales de membrana pueden tener importantes funciones en transporte de solutos a través de la membrana, percepción y transducción de señales y actividades biosintéticas y metabólicas.

Dominios anquirina: Breeden y Nasmyth (1987) describieron la presencia de unas secuencias de 33 aminoácidos repetidas en tándem (una al lado de la otra) en dos proteínas reguladoras de ciclo celular de *Schizosaccharomyces pombe* y *Saccharomyces cerevisiae* (CDC10 y SW16). Posteriormente, se descubrieron 24 copias

de esta repetición en una proteína humana denominada anquirina, relacionada con el citoesqueleto, que fue la que dio el nombre a la repetición anquirina (ANK). Desde entonces se han identificado numerosas proteínas que contienen dominios ANK con variadas funciones como la regulación del ciclo celular, enzimas mitocondriales, interacciones con el citoesqueleto, traducción de señal o toxinas (Sedgwick y Smerdon, 1999). Existen proteínas con dominios ANK en un amplio espectro de organismos incluyendo Eucariotas (animales, hongos, algas y plantas), Procariotas, Archea y algunos virus (Al-Khodori et al., 2009; Sonnberg et al., 2011). Existe un número creciente de ejemplos en los que las repeticiones ANK funcionan como lugares de unión proteína-proteína, por lo que se considera que esa es su función principal (Sedgwick y Smerdon, 1999).

Los genomas de plantas contienen un número moderado de genes que codifican proteínas con dominios ANK. En el año 2004 Becerra et al. realizaron una amplia descripción de los genes de la planta modelo *Arabidopsis thaliana* L. que codificaban proteínas con repeticiones Anquirina. El estudio permitió identificar un total de 105 genes de los cuales 40 codificaban además dominios transmembrana, por lo que a estos genes se les denominó *AtAnkTm*. La comparación de sus secuencias proteicas permitió agruparlos en seis familias (I a VI). El genoma de arroz contiene 175 genes que codifican proteínas con dominio ANK de los cuales 37 tienen además dominios transmembrana (Huang et al., 2009), en maíz se identificaron 71 en total y 15 con dominio transmembrana (Jiang et al., 2013) y en tomate 130 en total y 25 con dominios transmembrana (Yuan et al., 2013). De todos ellos existen muy pocos de los que se haya estudiado su función. Algunos ejemplos son ANK1 de tabaco (*Ankyrin repeat protein 1*) y su homóloga AKR2 de *Arabidopsis*, involucradas en la defensa frente a patógenos; CAMTAs (*Calmodulin-binding transcription activators*) en

Arabidopsis y *Brassica napus*, probablemente implicadas en cascadas de regulación de la transcripción; la familia AKT de Arabidopsis y SKT1, un homólogo en patata, que codifican canales de potasio dependientes de voltaje de la familia Shaker; APKs (*ankyrin protein kinases*), quinasas descritas en *Medicago*; ART2 de Arabidopsis, interviene en la defensa frente a patógenos; CAO, (*chlorophyll a/b binding protein harvesting-organelle specific protein*) descritas en Arabidopsis; AKR (*Ankyrin Repeat gene*) de Arabidopsis, interviene en los procesos de diferenciación celular asociada a luz; NPR1 (*non-expresser of PR genes*) de Arabidopsis, que interviene en el control de la respuesta frente a patógenos SAR (*Systemic Acquired Resistance*); ACBP2 (*cytosolic acyl-CoA-binding*) de Arabidopsis, es una proteína de unión a acil-CoA; EMB506 de Arabidopsis, es necesaria para el correcto desarrollo embrionario.

Dentro de las proteínas con dominios ANK y transmembrana se han estudiado algunos casos (Becerra, 2006) como ACD6 de Arabidopsis, un posible regulador y efector de la señal del ácido salicílico en la respuesta de defensa (Lu et al., 2003); ITN1 de Arabidopsis, involucrado en la respuesta a salinidad (Sakamoto et al., 2012); BDA1 de Arabidopsis, involucrado en reacciones de defensa frente a patógenos (Yang et al., 2012); e IGN1 de *Lotus japonica*, relacionado con la fijación de nitrógeno.

Se realizó un análisis *in silico* con el objetivo de actualizar la información de la Familia I de genes *AtAnkTm* a partir de las bases de datos de acceso público para actualizar la información acerca del patrón de expresión de estos genes. Adicionalmente, se actualizaron los antecedentes bibliográficos disponibles para cada uno de los 11 genes pertenecientes a esta familia.

MATERIALES Y MÉTODOS

Mediante un análisis *in silico*, se realizó una búsqueda y actualización de ESTs (del inglés, *Expressed Sequence Tags*) a través de la base de datos de TAIR (*The Arabidopsis Information Resource*; <http://www.arabidopsis.org/>) para cada uno de los 11 genes *AtAnkTm* pertenecientes a la familia I de la especie vegetal *Arabidopsis thaliana* L. y, de las citaciones bibliográficas asociadas a la caracterización de cada uno de ellos. Adicionalmente, utilizando la misma base de datos, se identificaron las referencias bibliográficas presentes en el apartado “Detalles de Anotaciones” (del inglés, “*Annotation details*”), sección que corresponde a la descripción de la función (o posible función) de cada uno de los genes, su expresión y localización del producto del gen y, de aquellas disponibles en el apartado “Publicaciones” (del inglés, “*Publication*”), para cada uno de los genes señalados, con el propósito de comparar y actualizar los resultados obtenidos en 2004. La búsqueda de proteínas que interactúan se realizó a través de “*The Arabidopsis Interactions Viewer*”, basado en interacciones confirmadas en los proyectos BIND (*The Biomolecular Interaction Network Database*), basado en micromatrices proteicas y ensayos doble híbrido en levadura (Popescu et al., 2007; Popescu et al., 2009), el *Arabidopsis Interactome* 2011 (Lin et al., 2011), el MIND (*Membrane protein INteractome Database*) (Loqué et al., 2007), y 1190 citas bibliográficas.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Algoritmos informáticos permiten detectar genes basándose en la conservación de ciertas secuencias, pero dichos genes no pueden ser considerados más que hipotéticos hasta que existan pruebas experimentales de su función. Una de estas pruebas es la existencia de mRNAs (cDNAs). Se han invertido considerables esfuerzos en la secuenciación masiva de moléculas de cDNA, las denominadas ESTs (*Expressed Sequence Tags*). En la base de secuencias dbEST existían 421.027 entradas para esta especie al 20 de enero de 2006, las que se han incrementado a 1.529.700 (01/01/2013) (http://www.ncbi.nlm.nih.gov/dbEST/dbEST_summary.html). A pesar de ello, no se han detectado ESTs correspondientes a muchos de los genes predichos *in silico* a partir de la secuencia genómica. Rudd (2003) calculó que existían ESTs para solo unos 16.115 genes, por lo tanto, el resto de genes continuaban siendo hipotéticos. Se puede suponer que un número de genes todavía escapa a la verificación experimental debido a su baja abundancia de transcritos y/o a la severa restricción espacio-temporal del patrón de expresión, pero en otros casos pueden tratarse de pseudogenes o genes no activos, o, simplemente, de errores de predicción. La familia I de *AtAnkTm* está constituida por 11 genes. En el año 2004 sólo existían 20 EST depositados en las bases de datos para cuatro de estos genes. El 80% de los ESTs correspondía a información disponible del gen *At4g14400*, precisamente el único que había sido descrito previamente en términos de publicaciones (Becerra et al., 2004). En el Cuadro 1 se encuentra el número de Atg (N° de identificación) de cada uno de los genes y los ESTs identificados el año 2004 y los datos actualizados al año 2014 (09/OCT/2014).

Para los genes *At1g03670*, *At4g03470*, *At4g03480* y *At4g14390* no existe información disponible respecto de ESTs que hayan sido depositados

en las bases de datos públicas. Para los genes *At4g03460*, *At4g03490* y *At4g03500*, de los que no existía registro de ESTs (2004), se han depositado secuencias asociadas a la expresión de ellos, uno para cada uno en los dos primeros casos y diez ESTs para el gen *At4g03500*, principalmente asociados a diferentes órganos de la planta y condiciones de estrés. Para *At4g03440*, *At4g03450* y *At4g05040*, ha ocurrido un notable ingreso de registros en las bases de datos de ESTs (Cuadro 1). De los 4 ESTs totales descritos para estos genes en 2004, este número aumentó a 22 ESTs en 2014. La situación es completamente distinta para el gen *At4g14400* ya que en el año 2004 era el único gen *AtAnkTm* que había sido caracterizado y que codifica la proteína ACD6, que es un posible regulador y efector de la señal del ácido salicílico en la respuesta de defensa (Lu et al., 2003). En términos exclusivos de ESTs, se ha incrementado de 16 a 135, lo que está directamente asociado con el estudio y profundización del conocimiento asociado a este gen. No obstante, 79 de los 135 ESTs depositados en *GenBank* corresponden al trabajo desarrollado por Weber et al. (2007), quien utilizando tecnología de pirosecuenciación, permitió la detección de nuevos EST tanto para este gen, como para otros integrantes dentro de esta familia.

De acuerdo a los antecedentes disponibles al revisar cada una de las secuencias depositadas, las citas asociadas a los ESTs descritos para estos genes, en general, están centradas en tan solo 7 publicaciones. De este grupo de publicaciones, destacan dos que han permitido caracterizar en mayor detalle el patrón de expresión de los genes pertenecientes a esta familia, particularmente los trabajos de Seki et al. (2002) y Weber et al. (2007).

Las interacciones entre proteínas son esenciales para la mayoría de las funciones de las células y por ello se han establecido programas para el estudio sistemático de las interacciones de todas

las proteínas de una especie basados en datos experimentales como ensayos doble híbrido en levadura o micromatrices de proteínas (Lin et al., 2011). Estudios de este tipo se han realizado en especies modelo como *Saccharomyces cerevisiae*, *Homo sapiens*, *Drosophila melanogaster*, *Caenorhabditis elegans* y *Arabidopsis thaliana*. El establecimiento de bases de acceso abierto permite obtener información de que proteínas interactúan con la proteína de interés, siempre teniendo en cuenta las limitaciones de los métodos utilizados, es decir, que no todas las

interacciones de una proteína serán observadas. Este análisis es especialmente interesante en el caso de proteínas con dominios ANK ya que la función de este dominio se ha definido precisamente como la de facilitar la interacción con otras proteínas. Una búsqueda con todos los miembros de la familia I de *AtAnkTm* demuestra que existen interacciones para 5 de las 11 proteínas (Cuadro 1) y que los interactores son, con especial abundancia, proteínas reguladoras y transportadores de membrana. Destacar que dos de las proteínas estudiadas interactúan entre sí, las proteínas 2 y 3.

CUADRO 1.- DETALLE DE ESTS, GENOTECAS Y PROTEÍNAS QUE INTERACCIONAN CON PROTEÍNAS CODIFICADAS POR LA FAMILIA I DE GENES *AtAnkTm*

Gen	Número Atg	Número de ESTs* (2004)	Número de ESTs (2014)	Números de Acceso de EST (GenBank) y descripción de la genoteca (09/10/2014)	Citas Bibliográficas	Proteínas que interactúan con proteína codificada por el gen de interés
1	At1g03670	No	No	-	-	-
2	At4g03440	1	1	AV798477 ; Diferentes estados, deshidratación-frío	-	At3g54860, ATVPS33_VPS33 Superfamilia de proteínas tipo Sec1/munc18 (SM) At4g03450, Proteína de la familia I ANKTM
			1	ES160611; Óvulos	-	
			1	BP625216; Deshidratación-Rehidratación	Seki et al. (2002)	
			1	COo48790; Planta completa	-	
3	At4g03450	2	1	AI997466 ; Raíces (4 - 7 semanas)	-	At1g18660, Familia de proteínas dedos de zinc (C3HC4-tipo anillo de dedo) At5g03730, AtCTR1_CTR1_SIS1 Proteína de la superfamilia de proteínas quinasas
			1	BE662952 ; Ozono	-	
			2	EG451685, EG451687; Diferentes tejidos y tipos de estrés	-	
			1	COo48791; Planta completa	-	
4	At4g03460	No	1	EH956114; Plántulas 8 días	Weber et al. (2007)	At1g18660, Familia de proteínas dedos de zinc (C3HC4-tipo anillo de dedo) At5g03730, AtCTR1_CTR1_SIS1 Proteína de la superfamilia de proteínas quinasas
5	At4g03470	No	No	-	-	-
6	At4g03480	No	No	-	-	-
7	At4g03490	No	1	COo48792; Planta completa	-	-
8	At4g03500	No	2	DR380737, DR251868; Botones florales y raíces	Alexandrov et al. (2006)	At3g24300, AMT1;3, ATAMT1;3 Transportador de amonio1;3
			2	EG457527, EG457528; Diferentes tejidos y tipos de estrés	-	
			3	EL162997, EH966640, ELO61396; Plántulas 8 días	Weber et al. (2007)	
			1	AV783353; Roseta, deshidratación	-	
			1	AV822553; Roseta, deshidratación	-	
			1	BP655801; Silicuas y flores	Seki et al. (2002)	

9	At4g05040	1	3	AV793119 , AV825974, BP793571; frío	-	143 proteínas
			1	DR230259; Flores, hojas y raíces	Alexandro et al. (2006)	
			2	BX835291, BX838828; Botones florales y flores	-	
			4	BP668309 ^(a) , BP868925, BP851846, BP856126; Estrés y hormonas	Seki et al. (2002)(a)	
			1	BP830779; Flores y silicuas	-	
			2	BP807328, BP808686; Oscuridad	-	
10	At4g14390	No	No	-	-	-
11	At4g14400 (ACD6)	16	135	BU634999; CA781914; CA781971; Hojas infectadas con <i>Erysiphe cichoracearum</i>	-	-
				A1100255, H37081, T42092, T46084 ; Diferentes tejidos	Newman et al. (1994)	
				A1998090 ; Roseta (4 - 7 semanas)	-	
				AV440557 ; Parte aérea (2 - 6 semanas)	Asamizu et al. (2000)	
				BE662757 ; Ozono	-	
				EG421697, EG450297, EG485142, EG485143, EG494607, EG513027, EG513028; Diferentes tejidos y tipos de estrés	-	
				EL095310, EL095991, EL192547, EL147004, EL147099, EL178727, EL125548, EL185222, EL147454, EL084301, EL147887, EL115744, EL162090, EL185938, EL159766, EL173042, EL157059, EL185254, EL152639, EL177298, EL185046, EL112274, EL114075, EL188720, EL332228, EL330177, EL295258, EL337334, EL337334, EL292167, EL334235, EL297974, EL332392, EL207327, EL299725, EL287363, EL297690, EL320921, EL233577, EL223232, EL339673, EL327859, EL262231, EH896943, EH899397, EH844824, EH927090, EH903474, EH920133, EH808332, EH828332, EH861293, EH826732, EH810577, EH904979, EH825276, EH938091, EH829071, EH986457, EH944107, EL016954, EH945922, EL016599, EH951002, EL053457, EH949187, EL028657, EH956460, EL043434, EL032781, EH956719, EH957868, EL068731, EH980959, EL056988, EH981220, EH949781, EL051481, EL002177; Plántulas 8 días.	Weber et al. (2007)	
				CB263352; Plántulas	Schmid et al. (2003)	
				AV782706, AV822072 ; Roseta, frío	-	
				AV793013 , BP561505 ^(a) ; BP778726, BP788301, BP788748, BP790043, BP792619, BP792951, BP794196, BP794969, BP795026, BP795145, BP779663, BP780119, BP782081, BP782202, BP782370, BP783345, BP783860, BP786804, BP787324; Roseta, frío	Seki et al. (2002) ^(a)	
				AV794986, AV826452 ; Roseta, deshidratación	-	
				AV807835, AV830548, AV815244 , AV813132, AV812070; Diferentes estados, deshidratación y frío	-	
				AU231325 , BP666894 ^(a) , BP862282, BP868477, BP850613, BP858110, BP859370; Estrés y hormonas	Seki et al. (2002) ^(a)	
CB074323; Hojas infectadas con <i>Peronospora</i> parasítica	Mahalingam et al. (2003)					

*: Becerra C, Jahrmann T, Puigdomenech P, Vicent CM. 2004. **Gene** 340: 111-121.

(a): corresponde al EST específicamente citado.

Obs.:

1) Datos en negrilla (N° de acceso, 5ta. Columna) corresponden a los EST descritos el año 2004.

2) EST **T46084** del gen *At4g14400* registrado en 2004 no se encuentra disponible en la base de datos consultada; se confirmó directamente a través de NCBI, *National Center for Biotechnology Information* (<http://www.ncbi.nlm.nih.gov/>).

En el “Detalle de anotaciones” presentado en el Cuadro N°2, para cada uno de los genes pertenecientes a la Familia I *AtAnkTm*, los resultados de la búsqueda arrojaron la existencia de una serie de referencias bibliográficas para todos los genes, excepto *At1g03670* y *At4g03460*, de los que no se tenía registro previo en su conjunto. En términos generales, la mayor información disponible acerca del estudio de expresión de genes no es un ámbito exclusivo del análisis tan sólo de ESTs, sino que también, puede incluir estudios a gran escala a través de técnicas de secuenciación masiva de última generación, las que permiten una mayor cantidad de datos respecto de la presencia de transcritos de un gen en un momento dado de la vida de la planta y de cuyo nivel de expresión sea no detectable utilizando los ESTs. Además, del estudio de las micromatrices a través de los cuales se puede conocer la expresión de un gran número de genes utilizando diferentes tejidos de la planta y diferentes condiciones de estrés (por ejemplo, deshidratación, frío, etc.), es otro ámbito a destacar dentro de estos trabajos. Los continuos avances de estas técnicas, así como las relacionadas con las bases de datos y la utilización de programas de análisis masivos que permiten integrar datos de diferentes fuentes, han contribuido a dilucidar mayores antecedentes relativos a los genes *AtAnkTm* pertenecientes a esta familia.

Ahora bien, el análisis de las publicaciones relacionadas con esta familia de genes, señala que existe una serie de datos relevantes en todos los genes en estudio, como se puede observar al revisar la cantidad de trabajos científicos en los que han sido incluidos. Destaca entre ellos, lo desarrollado por Du y colaboradores (2007) quien analizó la diversidad genética y evolución de los genes que se encuentran en tándem, dentro de esta familia.

Dentro de este grupo, el gen *At4g14400* es el que presenta la mayor profundización y más amplia descripción (14 publicaciones) como motivo de estudio, cuestión que evidencia el trabajo sostenido a través del tiempo de diversos grupos de investigación involucrados en el estudio de la respuesta de las plantas bajo condiciones de estrés y en la determinación de vías metabólicas específicas.

CUADRO 2.- REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS ASOCIADAS A LOS GENES *AtANKTM* DE LA FAMILIA I

Gen	Número Atg	Detalles de Anotación (Referencias)	Publicaciones
1	At1g03670	-	Du et al. (2007)
2	At4g03440	Obulareddy et al. (2013)	Du et al. (2007)
3	At4g03450	Heyndrickx et al. (2012) Schmid et al. (2005)	Ahlfors et al. (2009) Ascencio-Ibañez et al. (2008) Du et al. (2007) Whitham et al. (2003)
4	At4g03460	-	Hanada et al. (2011) Du et al. (2007)
5	At4g03470	Sugiyama et al. (2008)	Du et al. (2007)
6	At4g03480	Sugiyama et al. (2008)	Du et al. (2007)
7	At4g03490	-	Du et al. (2007)
8	At4g03500	Obulareddy et al. (2013) Schmid et al. (2005)	Luhua et al. (2013) Hanada et al. (2011) Staal et al. (2008) Du et al. (2007)
9	At4g05040	Obulareddy et al. (2013) Borges et al. (2008) Schmid et al. (2005)	Lu et al. (2003)
10	At4g14390	Borges et al. (2008) Sugiyama et al. (2008) Schmid et al. (2005)	Ascencio-Ibañez et al. (2008) Che et al. (2006) Goda et al. (2004) Lu et al. (2003)
11	At4g14400 (ACD6)	Obulareddy et al. (2013) Chen et al. (2010) Schmid et al. (2005) Lu et al. (2005) Lu et al. (2003) Rate et al. (1999)	Okuma et al. (2014) Todesco et al. (2014) Yang et al. (2013) Meinke (2012) Todesco et al. (2010) Miura y Ohta (2010) Chen et al. (2010) Lu et al. (2009) Lee et al. (2008) Ascencio-Ibañez et al. (2008) Lu et al. (2005) Lu et al. (2003) Vanacker et al. (2001) Rate et al. (1999)

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Ahlfors, R., Broché, M., Kollist, H., Kangasjärvi, J. 2009. Nitric oxide modulates ozone-induced cell death, hormone biosynthesis and gene expression in *Arabidopsis thaliana*. The Plant Journal 58: 1–12.
- [2] Alexandrov, N.N., Troukhan, M.E., Brover, V.V., Tatarinova, T., Lu, Y.-P., Flavell, R.B., Feldmann, K.A. 2006. Features of Arabidopsis genes and genome discovered using full-length cDNAs. Plant Mol. Biol. 60 (1): 69–85.
- [3] Al-Khodor, S., Price, C., Kalia, A., Kwaik, Y.A. 2009. Functional diversity of ankyrin repeats in microbial proteins. Trends in Microbiology 18 (3): 132–139.
- [4] Asamizu, E., Nakamura, Y., Sato, S., Tabata, S. 2000. A large scale analysis of cDNA in *Arabidopsis thaliana*: Generation of 12,028 non-redundant expressed sequence tags from normalized and size-selected cDNA libraries. DNA Res. 7 (3): 175–180.
- [5] Ascencio-Ibañez, J., Sozzani, R., Lee, T.-J., Chu, T.-M., Wolfinger, R., Cella, R., Hanley-Bowdoin, L. 2008. Global analysis of Arabidopsis gene expression uncovers a complex array of changes impacting pathogen response and cell cycle during geminivirus infection. Plant Physiology 148: 436–454.
- [6] Becerra C, Jahrmann T, Puigdomenech P, Vicient CM. 2004. Ankyrin repeat-containing proteins in Arabidopsis: characterization of a novel and abundant group of genes coding ankyrin-transmembrane proteins. Gene 340: 111–121.
- [7] Becerra C, 2006. Tesis doctoral “Genes implicados en el desarrollo de la semilla de *Arabidopsis thaliana* (L.): caracterización de los genes AtAnkTm”, Universidad Autónoma de Barcelona, España.
- <http://www.tdx.cat/handle/10803/127/browse?value=Becerra+Baeza%2C+Cristian+Marcelo+del+Carmen&type=author>
- [8] Berardini, TZ, Mundodi S, Reiser L, Huala E, Garcia-Hernandez M, Zhang P, Mueller LA, Yoon J, Doyle A, Lander G, Moseyko N, Yoo D, Xu I, Zoeckler B, Montoya M, Miller N, Weems D, Rhee SY. 2004. Functional annotation of the Arabidopsis genome using controlled vocabularies. Plant Physiol 135: 745–755.
- [9] Borges, F., Gomes, G., Gardner, R., Moreno, N., McCormick, S., Feijo, J., Becker, J. 2008. Comparative Transcriptomics of *Arabidopsis thaliana* Sperm Cells. Plant Physiology 148: 1168–1181.
- [10] Breeden L, Nasmyth K. 1987. Similarity between cell-cycle genes of budding yeast and fission yeast and the *Notch* gene of *Drosophila*. Nature 329: 651–654.
- [11] Che, P., Lall, S., Nettleton, D., Howell, S. 2006. Gene Expression Programs during Shoot, Root and Callus Development in Arabidopsis Tissue Culture. Plant Physiology 141: 620–637.
- [12] Chen, H., Zhang, Z., Teng, K., Lai, J., Zhang, Y., Huang, Y., Li, Y., Liang, L., Wang, Y., Chu, C., Guo, H., Xie, Q. 2010. Up-regulation of LSB1/GDU3 impacts geminivirus infection by activating the salicylic acid pathway. The Plant Journal 62: 12–23.
- [13] Du J., Wang X., Zhang M., Tian D. and Yang Y.-H. 2007. Unique nucleotide polymorphism of ankyrin gene cluster in Arabidopsis. J. Genet. 86: 27–35.
- [14] Goda, H., Sawa, S., Asami, T., Fujioka, S., Shimada, Y., Yoshida, S. 2004. Comprehensive Comparison of Auxin-Regulated and Brassinosteroid-Regulated Genes in Arabidopsis. Plant Physiology 134: 1555–1573.

- [15] Hanada, K., Sawada, Y., Kuromori, T., Klausnitzer, R., Saito, K., Toyoda, T., Shinozaki, K., Li, W. H., Hirai, M. Y. 2011. Functional compensation of primary and secondary metabolites by duplicate genes in *Arabidopsis thaliana*. *Molecular biology and evolution* 28(1):377–382.
- [16] Heyndrickx KS, Vandepoele, K. 2012. Systematic identification of functional plant modules through the integration of complementary data sources. *Plant Physiol.* 159: 884–901.
- [17] Huang, J., Zhao, X., Yu, H., Ouyang, Y., Wang, L., Zhang, Q. 2009. The ankyrin repeat gene family in rice: genome-wide identification, classification and expression profiling. *Plant Mol Biol* 71: 207–226.
- [18] Jiang, H., Wu, Q., Jin, J., Sheng, L., Yan, H., Cheng, B., Zhu, S. 2013. Genome-wide identification and expression profiling of ankyrin-repeat gene family in maize. *Dev Genes Evol* 223: 303–318.
- [19] Lee, M.W., Jelenska, J., Greenberg, J.T. 2008. Arabidopsis Proteins Important for Modulating Defense Responses to *Pseudomonas syringae* that Secrete HopW1-1. *The Plant Journal* 54: 452–465.
- [20] Lin M, Shen X, Chen X. 2011. PAIR: the predicted Arabidopsis interactome resource. *Nucleic Acids Res.* 39(Database issue):D1134–40.
- [21] Loqué, D., Lalonde, S., Looger, L., von Wirén, N., Frommer, W.F. 2007. Trans-activation and cooperativity in an ammonium transporter complex. *Nature* 446:195–198.
- [22] Lu, H., Rate, D. N., Song, J. T., Greenberg, J. T. 2003. ACD6, a Novel Ankyrin Protein, Is a Regulator and an Effector of Salicylic Acid Signaling in the Arabidopsis Defense Response. *The Plant Cell* 15: 2408–2420.
- [23] Lu, H., Liu, Y., Greenberg, J.T. 2005. Structure-function analysis of the plasma membrane-localized Arabidopsis defense component ACD6. *The Plant Journal* 44: 798–809.
- [24] Lu, H., Salimian, S., Gamelin, E., Wang, G., Fedorowski, J., Lacourse, W., Greenberg, J.T. 2009. Genetic analysis of *acd6-1* reveals complex defense networks and leads to identification of novel defense genes in Arabidopsis. *The Plant Journal* 58: 401–412.
- [25] Luhua, S., Hegie, A., Suzuki, N., Shulaev, E., Luo, X., Cenariu, D., Ma, V., Kao, S., Lim, J., Gunay, M. B., Oosumi, T., Lee, S. C., Harper, J., Cushman, J., Gollery, M., Girke, T., Bailey-Serres, J., Stevenson, R. A., Zhu, J. K., Mittler, R. 2013. Linking genes of unknown function with abiotic stress responses by high throughput phenotype screening. *Physiologia Plantarum* 148: 322–333.
- [26] Mahalingam, R., Gomez-Buitrago, A.M., Eckardt, N., Shah, N., Guevara-Garcia, A., Day, P.M., Raina, R., Fedoroff, N.V. 2003. Characterizing the stress/defense transcriptome of Arabidopsis. *Genome Biology* 4 (3): R20.
- [27] Meinke, D. W. 2012. A survey of dominant mutations in *Arabidopsis thaliana*. *Trends in Plant Science* 18(2): 84–91.
- [28] Miura, K., Ohta, M. 2010. SIZ1, a small ubiquitin-related modifier ligase, controls cold signaling through regulation of salicylic acid accumulation. *Journal of Plant Physiology* 167(7): 555–560.
- [29] Newman, T., de Bruijn, F.J., Green, P., Keegstra, K., Kende, H., McIntosh, L., Ohlrogge, J., Raikhel, N., Somerville, S., Thomashow, M., Retzel, E., Somerville, C. 1994. Genes galore: a summary of methods for accessing results from large-scale partial sequencing of anonymous Arabidopsis cDNA clones. *Plant Physiol.* 106: 1241–1255.

- [30] **Obulareddy, N., Panchal, S., Melotto, M.** 2013. Guard Cell Purification and RNA Isolation Suitable for High Throughput Transcriptional Analysis of Cell-Type Responses to Biotic Stresses. *Mol Plant Microbe Interact.* 26(8): 844–849.
- [31] **Okuma, E., Nozawa, R., Murata, Y., Miura, K.** 2014. Accumulation of endogenous salicylic acid confers drought tolerance to *Arabidopsis*. *Plant Signaling & Behavior* 9: e28085.
- [32] **Popescu SC1, Popescu GV, Bachan S, Zhang Z, Seay M, Gerstein M, Snyder M, Dinesh-Kumar SP.** 2007. Differential binding of calmodulin-related proteins to their targets revealed through high-density *Arabidopsis* protein microarrays. *Proc Nat Acad Sci USA.* 104(11): 4730–5.
- [33] **Popescu SC1, Popescu GV, Bachan S, Zhang Z, Gerstein M, Snyder M, Dinesh-Kumar SP.** 2009. MAPK target networks in *Arabidopsis thaliana* revealed using functional protein microarrays. *Genes Dev.* 23(1): 80–92.
- [34] **Rate, D. N., Cuenca, J. V., Bowman, G. R., Guttman, D. S., Greenberg, J. T.** 1999. The gain-of-function *Arabidopsis acd6* mutant reveals novel regulation and function of the salicylic acid signaling pathway in controlling cell death, defenses, and cell growth. *The Plant Cell* 11 (9): 1695–1708.
- [35] **Rudd S.** 2003. Expressed sequence tags: alternative or complement to whole genome sequences? *Trends Plant Sci* 8: 321–329.
- [36] **Sakamoto, H., Sakata, K., Kusumi, K., Kojima, M., Sakakibara, H., Iba, K.** 2012. Interaction between a plasma membrane-localized ankyrin-repeat protein ITN1 and a nuclear protein RTV1. *Biochemical and Biophysical Research Communications* 423: 392–397.
- [37] **Schmid, K.J., Soerensen, T.R., Stracke, R., Torjek, O., Altmann, T., Mitchell-Olds, T., Weisshaar, B.** 2003. Large-scale identification and analysis of genome-wide single-nucleotide polymorphisms for mapping in *Arabidopsis thaliana*. *Genome Res.* 13 (6): 1250–1257.
- [38] **Schmid, M., Davison, T., Henz, S., Pape, U., Demar, M., Scholkopf, B., Weigel, D., Lohmann, J., Vingron, M.** 2005. A gene expression map of *Arabidopsis thaliana* development. *Nature genetics* 37 (5): 501–506.
- [39] **Schwacke R, Schneider A, van der Graaff E, Fischer K, Catoni E, Desimone M, Frommer WB, Flugge UI, Kunze R.** 2003. ARAMEMNON, a novel database for *Arabidopsis* integral membrane proteins. *Plant Physiol* 131: 16–26.
- [40] **Sedgwick, S.G., Smerdon, S.J.,** 1999. The ankyrin repeat: a diversity of interactions on a common structural framework. *Trends Biochem. Sci.* 24, 311–316.
- [41] **Seki, M., Narusaka, M., Kamiya, A., Ishida, J., Satou, M., Sakurai, T., Nakajima, M., Enju, A., Akiyama, K., Oono, Y., Muramatsu, M., Hayashizaki, Y., Kawai, J., Carninci, P., Itoh, M., Ishii, Y., Arakawa, T., Shibata, K., Shinagawa, A., Shinozaki, K.** 2002. Functional annotation of a full-length *Arabidopsis* cDNA collection. *Science* 296 (5565): 141–145.
- [42] **Sessions A, Burke E, Presting G, aux G, McElver J, Patton D, Dietrich B, Ho P, Bacwaden J, Ko C, Clarke J, Cotton D, Bullis D, Snell J, Miguel T, Hutchinson D, Kimmerly B, Mitzel T, Katagiri F, Glazebrook J, Law M, Goff S.** 2002. A high-throughput *Arabidopsis* reverse genetics system. *Plant Cell* 14: 2985–2994.
- [43] **Sonnberg, S., Fleming, S.B., Mercer, A.A.** 2011. Phylogenetic analysis of the large family of poxvirus ankyrin-repeat proteins reveals orthologue groups within and across chordo-

poxvirus genera. *Journal of General Virology* 92: 2596–2607.

[44] Staal, J., Kaliff, M., Dewaele, E., Persson, M., Dixelius, C. 2008. RLM3, a TIR domain encoding gene involved in broad-range immunity of *Arabidopsis* to necrotrophic fungal pathogens. *The Plant Journal* 55, 188–200.

[45] Sugiyama N, Nakagami H, Mochida K, Daudi A, Tomita M, Shirasu K, Ishihama Y. 2008. Large-scale phosphorylation mapping reveals the extent of tyrosine phosphorylation in *Arabidopsis*. *Molecular Systems Biology* 4:193.

[46] The Arabidopsis Genome Initiative, 2000. Analysis of the genome sequence of the flowering plant *Arabidopsis thaliana*. *Nature* 408: 796–815.

[47] Todesco, M., Balasubramanian, S., Hu, T. T., Traw, M. B., Horton, M., Epple, P., Kuhns, C., Sureshkumar, S., Schwartz, C., Lanz, C., Laitinen, R. A., Huang, Y., Chory, J., Lipka, V., Borevitz, J. O., Dangl, J. L., Bergelson, J., Nordborg, M., Weigel, D. 2010. Natural allelic variation underlying a major fitness trade-off in *Arabidopsis thaliana*. *Nature* 465(7298): 632–636.

[48] Todesco, M., Kim, S. T., Chae, E., Bomblies, K., Zaidem, M., Smith, L. M., Weigel, D., Laitinen, R. A. 2014. Activation of the *Arabidopsis thaliana* Immune System by Combinations of Common ACD6 Alleles. *PLoS Genetics* 10(7): e1004459.

[49] Vanacker, H., Lu, H., Rate, D. N., Greenberg, J. T. 2001. A role for salicylic acid and NPR1 in regulating cell growth in *Arabidopsis*. *The Plant Journal* 28(2): 209–216.

[50] Ward J. 2001. Identification of novel families of membrane proteins from the model

plant *Arabidopsis thaliana*. *Bioinformatics* 17 (6): 560–563.

[51] Weber, A.P.M., Weber, K.L., Carr, K.M., Wilkerson, C., Ohlrogge, J.B. 2007. Sampling the *Arabidopsis* transcriptome with massively parallel pyrosequencing. *Plant Physiol.* 144 (1): 32–42.

[52] Whitham, S. A., Quan, S., Chang, H. S., Cooper, B., Estes, B., Zhu, T., Wang, X., Hou, Y. M. 2003. Diverse RNA viruses elicit the expression of common sets of genes in susceptible *Arabidopsis thaliana* plants. *The Plant Journal* 33, 271–283.

[53] Yang, L. P., Fang, Y. Y., An, C. P., Dong, L., Zhang, Z. H., Chen, H., Xie, Q., Guo, H. S. 2013. C2-mediated decrease in DNA methylation, accumulation of siRNAs and increase in expression for genes involved in defense pathways in plants infected with beet severe curly top virus. *The Plant Journal* 73(6): 910–917.

[54] Yang, Y., Zhang, Y., Ding, P., Johnson, K, Li, X., Zhang, Y. 2012. The Ankyrin-Repeat Transmembrane Protein BDA1 Functions Downstream of the Receptor-Like Protein SNC2 to Regulate Plant Immunity. *Plant Physiology* 159: 1857–1865.

[55] Yuan, X. Zhang, S. Qing, X., Sun, M., Liu, S., Su, H., Shu, H., Li, X. 2013. Superfamily of ankyrin repeat proteins in tomato. *Gene* 523: 126–136.

Macarena Orrego

Departamento de Biotecnología
Universidad Tecnológica Metropolitana

Rommy N. Zúñiga

Departamento de Biotecnología
Universidad Tecnológica Metropolitana
rommy.zuniga@utem.cl

Elizabeth Troncoso

Departamento de Química
Universidad Tecnológica Metropolitana
elizabeth.troncoso@utem.cl

GELES AIREADOS DE AISLADO DE SUERO PROTEICO COMO NUEVAS MATRICES ALIMENTARIAS: EFECTO DEL TRATAMIENTO TÉRMICO SOBRE LA MICROESTRUCTURA Y PROPIEDADES MECÁNICAS

RESUMEN

Los geles aireados contienen agua y burbujas “atrapadas” en su estructura, por lo que ofrecen una amplia versatilidad para el desarrollo de productos. La incorporación de una fase gaseosa puede incrementar el espectro de posibilidades para la formación y percepción de la textura, reducción de la densidad calórica, liberación de aromas y creación de estructuras gastronómicas innovadoras. El objetivo de este estudio fue evaluar el efecto del tratamiento térmico en dispersiones de aislado de suero proteico (ASP) sobre la microestructura y propiedades texturales de geles aireados fabricados con estas dispersiones. Se prepararon dispersiones de ASP (9% p/p) y NaCl (0.4% p/p) a tres pH (6.50, 6.75 y 7.00). Las dispersiones fueron sometidas a tratamientos térmicos a tres temperaturas (70, 75 y 80 °C) por diferentes tiempos dependiendo del pH de la dispersión. Luego, las dispersiones tratadas térmicamente fueron

aireadas mediante la aplicación de agitación mecánica a 2000 rpm por 3 min. Finalmente, las dispersiones aireadas fueron enfriadas a 10 °C por 24 h para formar el gel aireado. Los geles aireados fueron caracterizados en términos de su capacidad de retención de gas (CGR), microestructura y propiedades texturales. La temperatura del tratamiento térmico influyó la capacidad de retención de gas y el diámetro medio (DM) de las burbujas de aire de los geles aireados. La CRG y el DM disminuyeron con el incremento de la temperatura del tratamiento térmico, obteniéndose un valor máximo de CRG de aproximadamente 70%. El rango de los DM fluctuó entre los 530 y 700 μm . El incremento en la viscosidad de las dispersiones tratadas a mayor temperatura produjo una menor incorporación de gas en la estructura y menores diámetros de burbujas. Por otra parte, el esfuerzo de compresión de fractura disminuyó con un incremento de la temperatura del tratamiento térmico. Probablemente, agregados de mayor tamaño

fueron producidos a mayores temperaturas, generando una estructura más débil. Un control del tratamiento térmico de las dispersiones de ASP permitió fabricar geles aireados con diferentes propiedades microestructurales y texturales que pueden ser utilizados como nuevas matrices alimentarias.

Palabras claves: **Geles aireados, Proteína de suero, Microestructura, Propiedades texturales**

1. INTRODUCCIÓN

Los alimentos contenidos en una canasta de compras moderna poseen de forma creciente un nuevo ingrediente que, hasta la fecha, no había sido considerado: las burbujas. Los alimentos aireados han ganado importancia en el mercado debido a que las empresas buscan explotar la novedad y versatilidad de las burbujas como ingredientes alimentarios. Sin embargo, las burbujas han estado presentes por siglos en productos tales como la cerveza, el pan y los helados. Las burbujas de aire son elementos estructurales abundantes en alimentos aireados sólidos, semisólidos y líquidos. La sola incorporación de aire en un producto alimentario cambia sus propiedades físicas y sensoriales, las cuales dependerán de la estructura formada durante el procesamiento, por lo que es necesario un entendimiento científico de la formación de la estructura de un alimento aireado con el objetivo de diseñar productos con propiedades físicas y sensoriales deseadas (Zúñiga y Aguilera, 2008). El objetivo final de la estructuración de alimentos es obtener relaciones estructura-propiedad, dicho en otras palabras, la conexión causal entre la estructura y la forma en que el producto se comporta (Aguilera y Lillford, 2007).

Los beneficios de incorporar aire en los alimentos están relacionados principalmente con la textura de éstos. Los productos fluidos como la crema batida obtienen suavidad y ligereza en el

paladar, al igual que algunos productos sólidos como el chocolate aireado. La introducción de aire en la matriz del alimento no sólo afecta su textura y firmeza haciendo al producto más suave, sino que también cambia su apariencia, color y palatabilidad (Campbell y Mougeot, 1999). Un importante beneficio de la inclusión de aire, u otros gases, en alimentos es la reducción de la “densidad calórica” al incrementar su volumen, entendiéndose densidad calórica como la cantidad de calorías por unidad de volumen. Una estructura aireada puede facilitar la masticación, la accesibilidad enzimática a los sustratos y entrega la posibilidad de incorporar aromas en la fase gaseosa (Zúñiga y Aguilera, 2008). Así, la presencia de burbujas en alimentos puede resultar en propiedades únicas conferidas por la fase gaseosa adicional y el incremento en el área superficial interna del alimento (Nussinovitch et al., 1992).

La mayoría de los alimentos son estructuralmente complejos y dicha estructura determina tanto sus propiedades físicas como sensoriales y nutricionales. Un alimento aireado constituye una dispersión de pequeñas burbujas de aire o gas (fase dispersa) contenidas en una matriz que las rodea (fase continua) (Campbell y Mougeot, 1999; Niranjana y Silva, 2007). Atrapar abundantes cantidades de agua y/o aire en matrices alimentarias puede ser una alternativa para diseñar productos que promuevan la saciedad, presentando asimismo una densidad calórica reducida (Zúñiga y Aguilera, 2008). En este sentido, la gelificación de proteínas es un mecanismo para “atrapar” burbujas en una matriz sólida que contiene un gran porcentaje de agua. La gelificación en frío es un nuevo método para producir geles de proteína, el cual consiste en dos etapas donde primero se generan agregados proteicos mediante un tratamiento térmico y, en una segunda etapa, estos agregados forman una red tridimensional (gel) mediante la disminución del pH o la adición de sales a temperatura ambiente (Alting, 2003).

Nuevos alimentos aireados que han aparecido en el mercado son percibidos como “más livianos” en término de calorías, satisfaciendo las nuevas necesidades de los consumidores. De hecho, dispersar aire en los alimentos reduce la energía consumida por unidad de volumen haciendo que las porciones tengan una menor densidad calórica, en acuerdo con sugerencias de científicos especialistas en estudiar los hábitos alimentarios, quienes recomiendan mantener el volumen de las porciones pero reducir el número de calorías (Rolls et al., 2000; Osterholt et al., 2007).

Hoy en día existe evidencia que la cantidad, composición y microestructura de los alimentos que ingerimos afectan nuestra salud (Norton et al., 2007; Zúñiga y Troncoso, 2012). Además, la forma física del alimento puede alterar profundamente la sensación de saciedad. En alimentos sólidos, la estructura tiene una gran influencia sobre la sensación de saciedad por la disminución de la velocidad de quiebre de las estructuras en el tracto gastrointestinal (Norton et al., 2006). Incrementar la sensación de saciedad puede restringir la ingesta diaria de alimentos y el deseo de sobrealimentarse, contribuyendo al control de peso corporal. El diseño de alimentos sólidos aireados con características texturales deseadas y baja densidad calórica puede ayudar en el desarrollo de nuevos alimentos dietéticos para el tratamiento de la obesidad. De hecho, se ha demostrado que, dentro de ciertos límites, las personas comen por volumen y no por masa (Osterholt et al., 2007). De esta forma la incorporación de aire reduciría la densidad calórica y haría a las personas sentirse tan llenas como si consumieran un alimento normal. Una estrategia en el diseño de alimentos puede ser mantener la percepción del sabor de alimentos energéticamente densos mientras se adiciona de manera imperceptible aire como pequeñas burbujas en la matriz alimentaria, disminuyendo el contenido calórico por porción.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 Materia prima

Se utilizó aislado de suero proteico (ASP) (BiPro, Davisco Foods International, USA). El ASP está compuesto mayormente por tres proteínas: β -lactoglobulina, α -lactoalbumina y albúmina de suero bovino, las cuales le entregan sus propiedades funcionales. Las especificaciones técnicas del ASP entregadas por el fabricante se muestran en la Tabla 1.

TABLA 1: ANÁLISIS PROXIMAL DE AISLADO DE SUERO PROTEICO (ASP).

Análisis	Especificación	Rango típico
Humedad	5.0 máx.	4.6 ± 0.3
Base seca proteína	95 min.	97.6 ± 0.3
Grasa	1.0 máx.	<0.5
Ceniza	3.0 máx.	2.0 ± 0.2
Lactosa	1.0 máx.	0.4 ± 0.2
pH	6.7-7.5	7.0 ± 0.2

2.2 Métodos

2.2.1 Formación de las dispersiones de ASP

Se prepararon dispersiones de ASP a una concentración de 9% (p/p) y NaCl al 0.4% (p/p). Las dispersiones fueron hechas en agua destilada mediante agitación mecánica a 200 rpm por 2 h. Luego, las dispersiones se mantuvieron a 5°C por 24 horas para la completa hidratación de las proteínas. El pH de las dispersiones fue ajustado a 6.50, 6.75 ó 7.00 utilizando HCl o NaOH 0.1 N, medidos con un pH-metro digital (ThermoScientific, modelo Orion Star A211, EEUU).

2.2.2 Tratamiento térmico de las dispersiones de ASP

Para promover la denaturación proteica de las dispersiones de ASP se realizaron distintos tratamientos térmicos a tres temperaturas (70, 75 y 80 °C) para los tres pH definidos (6.50, 6.75 ó 7.00). Se realizó una combinatoria de estas variables y se determinó el tiempo de tratamiento térmico para cada condición (Tabla 2).

TABLA 2: COMBINACIONES DE pH, TEMPERATURA Y TIEMPO PARA LA DENATURACIÓN DE LAS DISPERSIONES DE ASP

Corrida experimental	pH de la dispersión	Temperatura del tratamiento térmico (°C)	Tiempo del tratamiento térmico (min)
1	6.50	70	31
2	6.75	70	24
3	7.00	70	18
4	6.50	75	10
5	6.75	75	9
6	7.00	75	8
7	6.50	80	3.5
8	6.75	80	3.5
9	7.00	80	3.5

El proceso de denaturación se realizó en tubos de ensayos (diámetro interior: 1 cm), cuyas dimensiones favorecen una transferencia de calor más rápida. Se colocaron 10 mL de la dispersión en cada tubo de ensayo, utilizando 3 tubos con muestra para cada corrida experimental. Luego se procedió con la aplicación del tratamiento térmico sumergiendo los tubos en un baño termostático (Mettler, modelo Basic WNB, Alemania) ajustado a las condiciones térmicas indicadas en la Tabla 2. Posterior al tratamiento térmico, los tubos fueron inmediatamente enfriados mediante su inmersión en un baño de agua fría a 25 °C por 10 minutos.

2.2.3 Formación de los geles aireados y geles control

Después de su enfriamiento, las dispersiones de ASP fueron transferidas a un contenedor de vidrio cilíndrico y graduado (diámetro interno: 5 cm), en donde se procedió con su aireación y posterior formación del gel. La aireación se realizó mediante un agitador de paleta (Nahita, modelo 686/2, China) operando a una velocidad de 2000 rpm por 3 min. Terminado el proceso de aireación los geles fueron almacenados a 5 °C por 24 h para estabilizar la matriz aireada. Finalmente las muestras fueron equilibradas a 25 °C por 1 hora antes de realizar las mediciones. Los geles control de ASP fueron fabricados con el mismo procedimiento de los geles aireados, pero sin la etapa de aireación. Todos los experimentos se realizaron en triplicado.

2.3 Mediciones

2.3.1 Viscosidad aparente de las dispersiones de ASP

La determinación de la viscosidad aparente de las dispersiones se aplicó en el mismo tubo de ensayo donde se realizó el tratamiento térmico. Las dispersiones fueron equilibradas a temperatura ambiente por 1 h y para la medición de la viscosidad aparente se utilizó un viscosímetro rotacional (Fungilab, modelo Visco Basic-R, España) con la sonda 7R (3.5 mm de diámetro). La medición se realizó a una velocidad de giro constante de la sonda de 50 rpm por 10 min, registrándose el valor de viscosidad entregado por el equipo.

2.3.2 Densidad de los geles aireados

La densidad de los geles aireados se determinó utilizando el método de flotación (Zúñiga y Aguilera, 2009; Zúñiga et al., 2011). Para realizar

esta medición se utilizó un contenedor con tapa el cual se llenó de agua y se registró su masa en una balanza analítica (Jinghai, modelo YP-1002N, China), luego se tomó el gel aireado y se hizo la medición de su masa, luego este gel se colocó dentro del contenedor con agua y se registró la masa del contenedor y del gel. Utilizando estos datos, la densidad del gel aireado (ρ_{ga}) se calculó utilizando la siguiente ecuación:

$$\rho_{ga} = \frac{\rho_a \times m_{ga}}{m_{ga} + m_c - m_t} \quad (1)$$

donde ρ_a es la densidad del agua a 25 °C (997.05 kg/m³), m_{ga} es la masa del gel aireado (kg), m_c es la masa del contenedor con agua (kg) y m_t es la masa del contenedor con agua más el gel aireado (kg). La densidad de los geles control se determinó de la misma forma que para los geles aireados.

2.3.3 Capacidad de retención de gas de los geles aireados

La capacidad de retención de gas (CRG) de los geles aireados fue calculada mediante la ecuación 2, la cual relaciona las densidades del gel aireado con la densidad del gel control (sin airear):

$$CRG = \left(1 - \frac{\rho_{ga}}{\rho_{gc}} \right) \times 100\% \quad (2)$$

donde ρ corresponde a la densidad (kg/m³) y los subíndices ga y gc corresponden al gel aireado y al gel control, respectivamente.

2.3.4 Microestructura de los geles aireados

La microestructura de los geles aireados fue evaluada mediante la cuantificación del tamaño de las burbujas del gel (Zúñiga y Aguilera, 2009; Zúñiga et al., 2011). Se realizó un corte de los geles aireados (3 mm de espesor), se colocó sobre un portaobjetos y luego se observó bajo un microscopio óptico (Nikon, modelo Optiphot 2, Nikon Corporation, Japón). Las imágenes fueron registradas con una cámara CCD (Toupcam, modelo UCMOS08000KPA, Touptek, China) conectada al microscopio. Los bordes de las burbujas fueron trazados manualmente utilizando el software de la cámara (TouptView, versión x86, Touptek, China) y se calculó el diámetro de las burbujas. Se utilizó un número de burbujas mayor a 100 para tener un número representativo de elementos en cada corrida experimental. Se generaron las curvas de distribución de frecuencia acumulada de tamaño de burbuja y se calculó el diámetro medio (D_M) utilizando el software Microsoft Excel 2010. La desviación estándar del diámetro medio de las burbujas fue obtenida como la desviación estándar de la clase en la cual se encontró el valor medio de la distribución.

2.3.5 Propiedades texturales de los geles

Las propiedades texturales de los geles fueron medidas con la aplicación de ensayos de compresión. Cada ensayo se realizó entre placas paralelas lubricadas, a una deformación constante de 0.1 mm/s hasta el quiebre de las muestras (Zúñiga y Aguilera, 2009; Zúñiga et al., 2011). Geles aireados cilíndricos (diámetro: 5 cm, altura: 3 cm) fueron comprimidos a 25 °C utilizando una máquina de análisis de textura (Zwick/Roell, modelo ZO.5, Zwick GmbH & CO, Alemania) con una placa de 100 mm de diámetro. El ensayo de compresión para los geles

control se realizó de la misma forma que para los geles aireados. El esfuerzo de compresión sobre los geles fue calculado como la fuerza normal que actúa sobre la sección transversal del gel, dividido por el área transversal de la muestra, de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (3)$$

donde σ es el esfuerzo de compresión (Pa), F es la fuerza normal sobre el gel (N) y A es el área de la sección transversal del gel (m²). Los resultados son presentados como el cociente entre el esfuerzo de compresión para el quiebre de los geles aireados y el correspondiente valor para el gel control.

2.4 Análisis estadístico

Los resultados experimentales fueron analizados estadísticamente con el software Statgraphics plus 5.1, mediante el análisis de varianza (ANOVA) se determinó si existen diferencias significativas entre las medias de las muestras analizadas a un nivel de confianza del 95%.

3. RESULTADOS Y DISCUSIONES

3.1 Viscosidad aparente de las dispersiones proteicas

La viscosidad aparente de las dispersiones de ASP se incrementó con el aumento de la temperatura del tratamiento térmico (Figura 1). Es sabido que el tratamiento térmico de dispersiones de suero proteico produce la denaturación (i.e. cambio en la estructura cuaternaria) y agregación (i.e. formación de dímeros, trímeros, oligómeros, etc.) de las

proteínas que la componen (Zúñiga et al, 2010). Asimismo, se ha reportado que mayores temperaturas de tratamiento térmico aumentan el grado de denaturación (Kulozik, 2007), donde las moléculas se despliegan para generar mayores interacciones entre ellas y el solvente, con el consecuente aumento en la viscosidad aparente de las dispersiones. Por su parte, a valores de pH más cercanos al punto isoeléctrico de las proteínas (5.2 para β -lactoglobulina) las proteínas tienden a agregarse en mayor medida debido a la menor repulsión de sus cargas intermoleculares (Zúñiga et al, 2010), produciendo una disminución en las interacciones proteína-solvente que conllevan a menores viscosidades aparentes en las dispersiones.

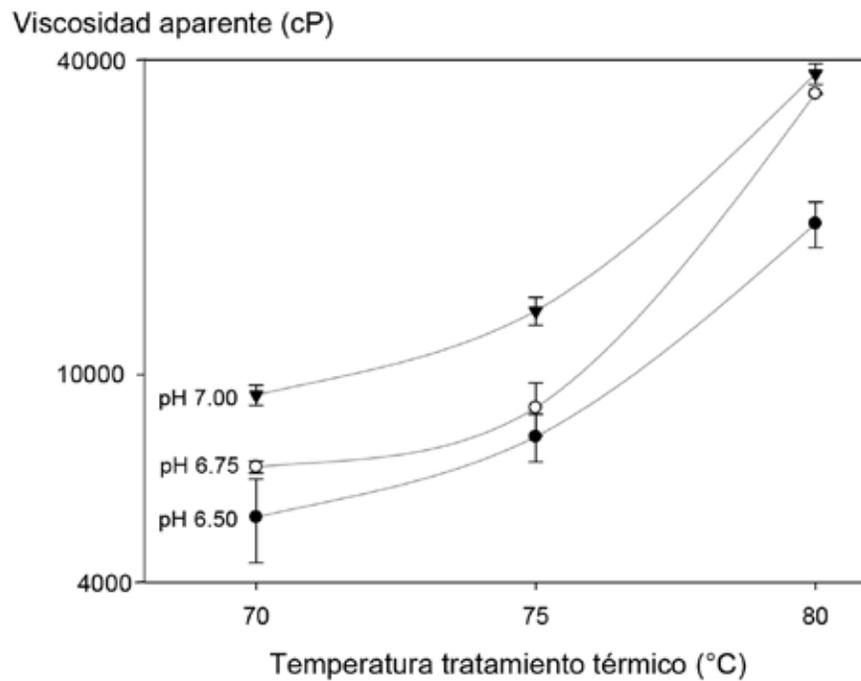


FIGURA 1. EFECTO DEL TRATAMIENTO TÉRMICO SOBRE LA VISCOSIDAD APARENTE (50 RPM) DE DISPERSIONES DE ASP A DIFERENTES PH.

3.2 Formación de los geles aireados

Las condiciones experimentales establecidas y anteriormente descritas permitieron la obtención de geles aireados (Figura 2). Bajo estas condiciones los geles mantuvieron su integridad física, presentando una apariencia blanca y opaca debido a la dispersión de la luz a través de la estructura. No se detectaron burbujas de aire a simple vista y no se apreciaron diferencias visuales entre los geles formados bajo las distintas condiciones experimentales.



FIGURA 2 IMAGEN DE UN GEL AIREADO DE AISLADO DE SUERO PROTEICO.

3.3 Capacidad de retención de gas y tamaño de burbuja de los geles aireados

Dado que la densidad de los geles control no presentó diferencias significativas ($p > 0.05$) entre los tratamientos, se utilizó su valor promedio ($1586 \pm 131 \text{ kg/m}^3$) para calcular los valores de CRG. La temperatura del tratamiento térmico influyó la CRG de los geles aireados. La CRG disminuyó de forma lineal con el aumento de la temperatura del tratamiento térmico (Figura 3) y con la disminución del pH de las dispersiones, obteniéndose una CRG máxima de aproximadamente 70%.

Estudios previos han establecido que dos propiedades físicas importantes de las dispersiones como son la tensión superficial y la viscosidad impactan fuertemente su proceso de aireación (Zúñiga y Aguilera, 2009; Zúñiga et al., 2011). Debido a su naturaleza anfifílica, las proteínas actúan como surfactantes macromoleculares disminuyendo la tensión superficial de las dispersiones y actuando como agentes espumantes, creando y estabilizando una mayor área interfacial (mayor número de burbujas pequeñas). Sin embargo, una extensiva denaturación de las proteínas reduce la magnitud de sus propiedades interfaciales, disminuyendo su capacidad de formar y estabilizar espumas (Bals y Kulozik, 2003; Kim et al., 2005). Dado que en este estudio se aplicaron tratamientos térmicos intensivos, es altamente probable que las dispersiones proteicas presentaran valores similares de tensión superficial, no afectando mayormente la CRG de los geles aireados ni los tamaños de burbuja. Por otra parte, se ha visto que altas viscosidades producen menores grados de aireación (Walstra, 2003). De hecho, en la generación de una espuma es necesario entregar energía al sistema para incorporar aire y crear nuevas interfaces (burbujas). Para un mismo nivel de energía mecánica entregado por el agitador (igual valor de rpm), habrá una menor incorporación de aire (Figura 3), debido a la mayor resistencia al flujo (mayor viscosidad aparente) de las dispersiones (Figura 1). Lo anterior se debe a que una mayor cantidad de energía es utilizada en el movimiento del fluido y una menor cantidad de energía es utilizada para la creación de las nuevas interfaces. Por otra parte, no se encontró un claro efecto del pH de las dispersiones sobre su CRG, siendo sólo posible apreciar que la modificación del pH natural de las dispersiones de ASP (~6.75) conduce a una mayor incorporación de gas en los geles aireados; sin embargo, no se puede ser concluyente respecto a esta variable.

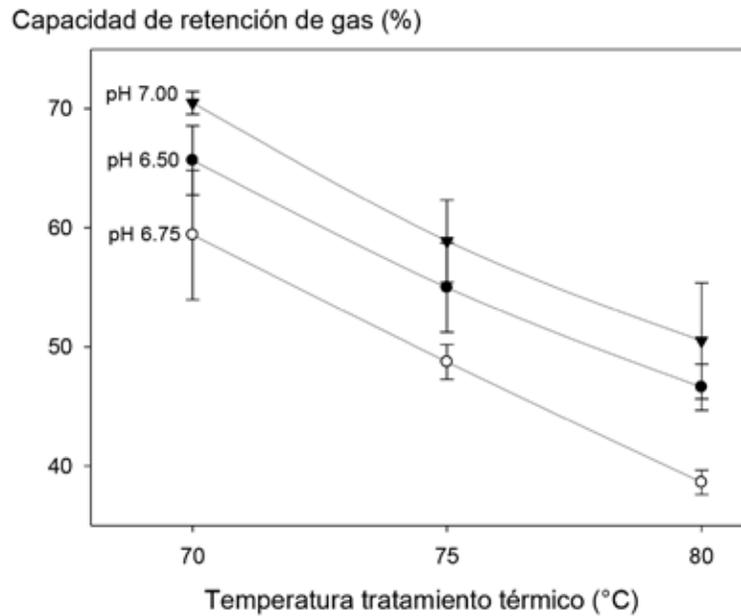


FIGURA 3. EFECTO DEL TRATAMIENTO TÉRMICO SOBRE LA CAPACIDAD DE RETENCIÓN DE GAS (CRG) DE LOS GELES AIREADOS A DIFERENTES PH.

La Figura 4 muestra imágenes seleccionadas de microscopía óptica para las distintas condiciones de procesamiento empleadas. Mayores temperaturas de tratamiento térmico produjeron menores tamaños medios de burbuja (Figura 5). Es sabido que durante la formación de los geles aireados se producen procesos de desestabilización de la estructura (i.e. desproporcionamiento y coalescencia de las burbujas), fenómenos afectados por la viscosidad de la fase continua de la dispersión que será gelificada (Zúñiga y Aguilera, 2009). Un incremento en la viscosidad de la fase continua producirá un retardo en la transferencia de gas (e.g. desproporcionamiento) entre las burbujas de menor tamaño (con una mayor presión interna) hacia las de mayor tamaño y, por otro lado, disminuirá el drenaje de la dispersión proteica, retardando la ruptura de las láminas de líquido que separan

dos burbujas lo cual evita su ruptura y fusión en una sola gran burbuja (e.g. coalescencia). Burbujas de menor tamaño y con menores dispersiones de tamaño podrían minimizar el efecto del empuje y la estratificación vertical de las burbujas mejorando la apariencia del producto. Burbujas monodispersas podrían reducir el desproporcionamiento debido a una reducción en la diferencia de presiones debido a su tamaño similar (Zúñiga y Aguilera, 2008). Nuevamente, no fue posible apreciar un claro efecto del pH sobre los tamaños medios de burbuja lo cual puede deberse a que el rango de pH seleccionado fue pequeño.

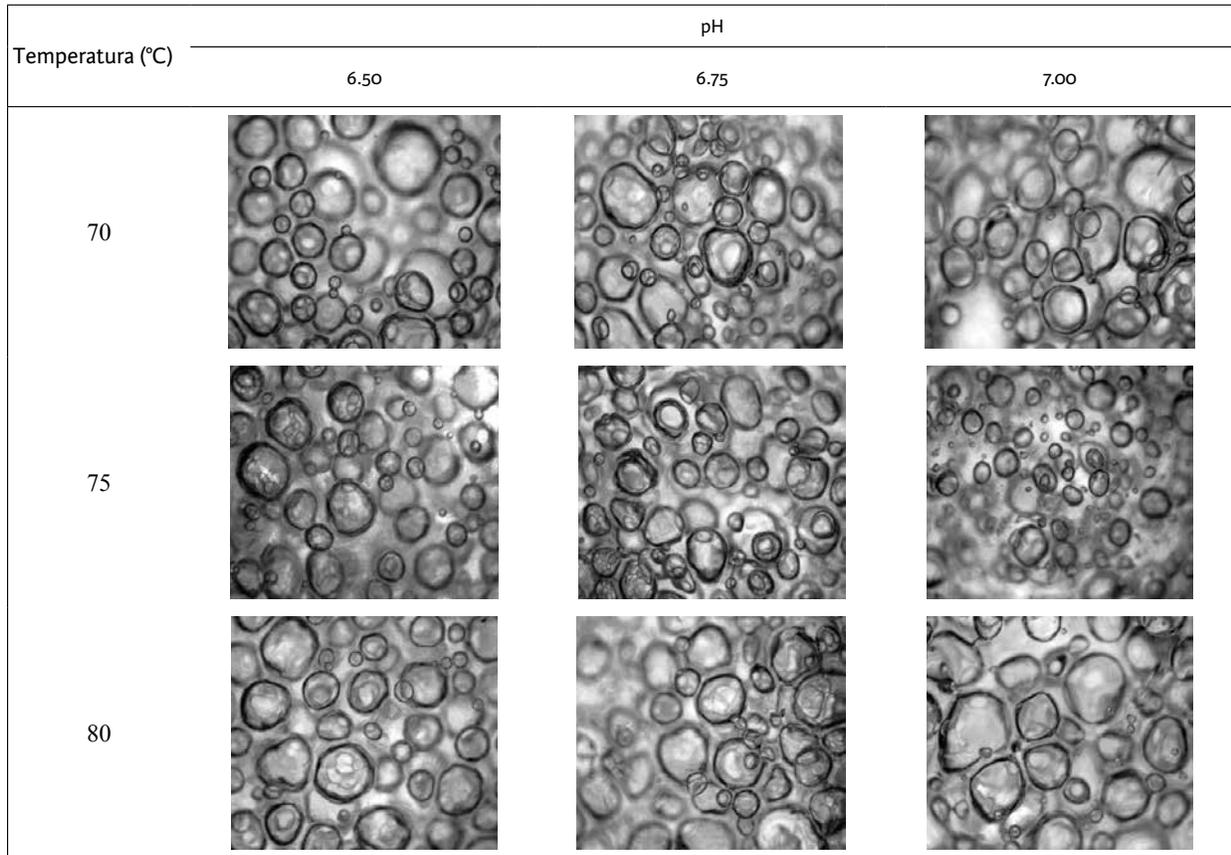


FIGURA 4. GALERÍA DE IMÁGENES DE MICROSCOPÍA ÓPTICA DE LOS GELES AIREADOS BAJO DISTINTAS CONDICIONES DE FABRICACIÓN.

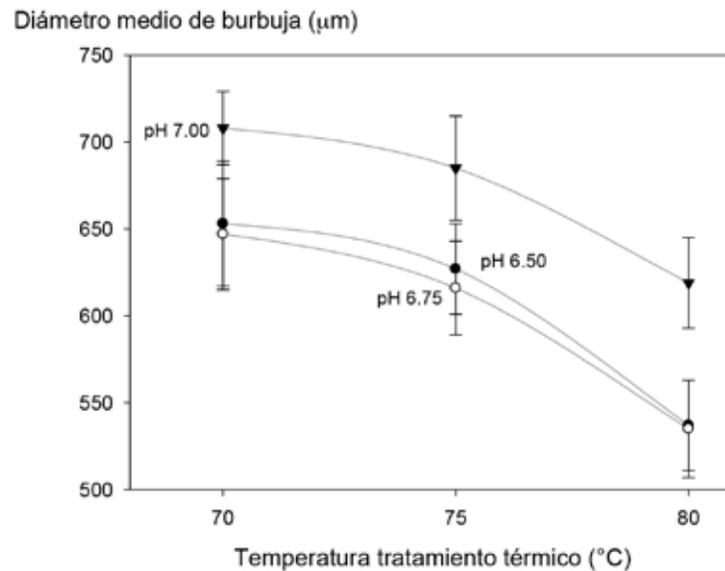


FIGURA 4. EFECTO DEL TRATAMIENTO TÉRMICO SOBRE EL DIÁMETRO MEDIO DE BURBUJA DE LOS GELES AIREADOS A DIFERENTES pH.

3.4 Propiedades mecánicas de los geles aireados

Las relaciones esfuerzo-deformación para los geles aireados presentaron una relación lineal hasta el quiebre de las estructuras (resultados no presentados) y no mostraron la típica forma sigmoideal encontrada en la mayoría de las espumas sólidas (Corradini y Peleg, 2007). Estos autores indicaron que espumas sólidas con paredes gruesas y burbujas de aire de tamaño pequeño pueden exhibir este tipo de comportamiento para la relación esfuerzo-deformación, discusión que se ajusta a los resultados presentados en este estudio.

La estructura de los geles de proteínas globulares (i.e. la red molecular del gel) afecta en gran medida sus propiedades mecánicas. La estructura de un gel de proteína es altamente dependiente del tratamiento térmico empleado

para su formación y del pH de las dispersiones utilizadas para fabricar los geles (Aguilera y Rademacher, 2004). La temperatura del tratamiento térmico afecta la velocidad de denaturación y agregación de las moléculas de proteína y el pH controla la carga neta de la molécula, alterando las fuerzas atractivas y repulsivas entre las moléculas así como las interacciones entre las moléculas y el solvente. Dado que las propiedades mecánicas de los geles control son dependientes de estos factores, se decidió normalizar el esfuerzo de fractura de los geles aireados por su correspondiente valor para el gel control, con el objetivo de minimizar este efecto en los distintos tratamientos.

El tratamiento térmico de las dispersiones produjo una disminución del cociente de esfuerzo, excepto para las dispersiones con pH igual a 6.5 (Figura 5). Aunque una disminución de la temperatura del tratamiento térmico produjo

un aumento en la CRG y del tamaño medio de burbuja, los geles fabricados bajo estas condiciones presentaron mayores valores de esfuerzo de fractura. Es sabido que para la gelificación en frío de proteínas globulares, el tamaño de los agregados proteicos formados durante la etapa de denaturación afecta las propiedades mecánicas de los geles formados (Alting, 2003). Es probable que a mayores temperaturas se hayan formado agregados de mayor tamaño (corroborado por la mayor viscosidad de las dispersiones) lo que produjo un menor número de “puntos de contacto” en la estructura tridimensional del gel, produciendo geles aireados más débiles. Por otro lado, valores de pH más cercanos al punto isoeléctrico de las proteínas (~ 5.2 para el ASP) producen agregados de mayor tamaño durante el tratamiento térmico (Zúñiga et al., 2010), lo que explicaría el comportamiento observado en la Figura 5, donde a mayores pH se producen geles más resistentes al quiebre.

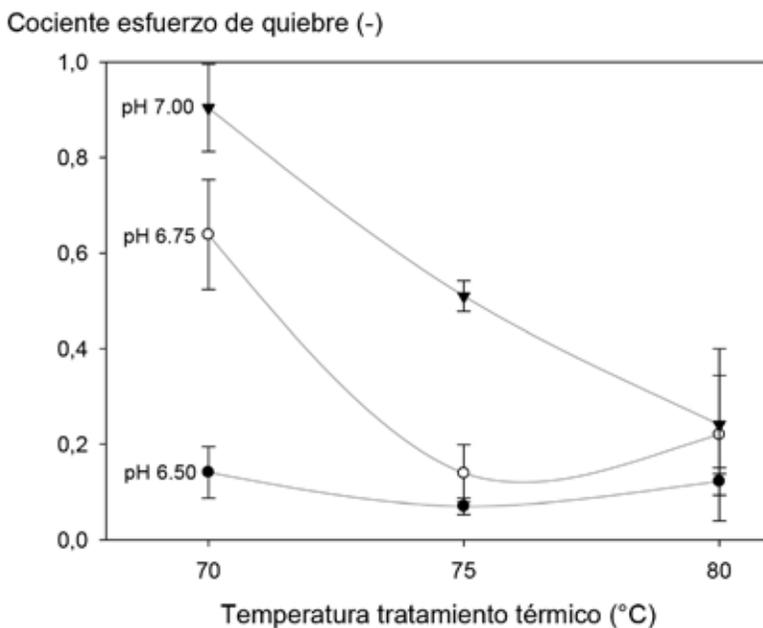


FIGURA 5. EFECTO DEL TRATAMIENTO TÉRMICO SOBRE COCIENTE DEL ESFUERZO DE COMPRESIÓN ENTRE GELES AIREADOS Y GELES CONTROL A DIFERENTES pH.

CONCLUSIONES

Geles aireados con distintas estructuras y propiedades mecánicas fueron fabricados modificando la temperatura del tratamiento térmico y el pH de las dispersiones de aislado de suero proteico. El aumento en la temperatura del tratamiento térmico produjo una disminución en la capacidad de retención de gas y en los tamaños medios de burbuja debido a la mayor viscosidad de las dispersiones proteicas. El cambio en el pH de las dispersiones proteicas sólo tuvo un efecto marcado sobre las propiedades mecánicas de los geles aireados debido a la generación de agregados moleculares de distinto tamaño, lo que influyó en la formación de redes tridimensionales más firmes a valores de pH más lejanos del punto isoeléctrico de las proteínas. El control del tratamiento térmico de dispersiones proteicas permite la fabricación de geles aireados con diferentes propiedades microestructurales y texturales que pueden ser utilizados como nuevas matrices alimentarias.

REFERENCIAS

- [1] **Aguilera JM, Rademacher B.** 2004. Protein gels. En: RY Yada (Ed.), *Proteins in Food Processing* (pp. 468–482). New York: Woodhead Publishing Limited.
- [2] **Aguilera JM, Lillford PJ.** 2007. Structure-property relationships in foods. En JM Aguilera & PJ Lillford (Ed.), *Food Materials Science. Principles and Practice* (p 229-254). New York: Springer.
- [3] **Alting AC.** 2003. Cold gelation of globular proteins. PhD Thesis. Universidad de Wageningen, Holanda.
- [4] **Bals A, Kulozik U.** 2003. Effect of pre-heating on the foaming properties of whey protein isolate using a membrane foaming apparatus. *International Dairy Journal*, 13, 903-908.
- [5] **Campbell GM, Mougeot E.** 1999. Creation and characterization of aerated food products. *Trends in Food Science and Technology*, 10, 283-296.
- [6] **Corradini MG, Peleg M.** 2007. Solid food foams. En JM Aguilera, & PJ Lillford (Ed.), *Food materials science. Principles and practice* (p 169–202). New York: Springer.
- [7] **Kim D A, Cornec M, Narsimhan G.** 2005. Effect of thermal treatment on interfacial properties of β -lactoglobulin. *Journal of Colloid and Interface Science*, 285, 100-109.
- [8] **Kulozik, U.** 2007. Structuring dairy products by means of processing and matrix design. En: JM Aguilera & PJ Lillford PJ (Ed.). *Food Materials Science. Principles and Practice* (p 439-473). New York: Springer.

[9] Niranjan K, Silva SFJ. 2007. Bubble-containing foods. En JM Aguilera & PJ Lillford (Ed.), Food Materials Science. Principles and Practice (pp. 281-303). New York: Springer.

[10] Norton I, Frith WJ, Ablett S. 2006. Fluid gels, mixed fluid gels and satiety. Food Hydrocolloids, 20, 229-239.

[11] Norton I, Moore S, Fryer P. 2007. Understanding food structure and breakdown: engineering approaches to obesity. Obesity Reviews, 8, 83-88.

[12] Nussinovitch A, Velez-Silvestre R, Peleg M. 1992. Mechanical properties of hydrocolloid gels filled with internally produced CO₂ gas bubbles. Biotechnology Progress, 8, 424-428.

[13] Osterholt KM, Roe LS, Rolls BJ. 2007. Incorporation of air into a snack food reduces energy intake. Appetite, 48, 351-358.

[14] Rolls BJ, Bell EA, Waugh BA. 2000. Increasing the volume of a food by incorporating air affects satiety in men. American Journal of Clinical Nutrition, 72, 361-368.

[15] Zúñiga RN, Aguilera JM. 2008. Aerated food gels. Fabrication and potential applications. Trends in Food Science and Technology, 19, 176-187.

[16] Zúñiga RN, Aguilera JM. 2009. Structure-fracture relationships in gas-filled gelatin gels. Food Hydrocolloids, 23, 1351-1357.

[17] Zúñiga RN, Tolkach A, Kulozik U, Aguilera JM. 2010. Kinetics of formation and physico-chemical characterization of β -lactoglobulin aggregates. Journal of Food Science, 75, E261- E268.

[18] Zúñiga RN, Kulozik U, Aguilera JM. 2011. Ultrasonic generation of aerated gelatin gels stabilized by whey protein β -lactoglobulin. Food Hydrocolloids, 25, 958-967.

[19] Zúñiga RN, Troncoso E. 2012. Improving nutrition through the design of food matrices. En: B Valdéz (Ed), Scientific, Health and Social Aspects of the Food Industry (p 295-320). Croatia: InTech – Open Access Publisher.

Rafael Correa D.

Universidad Tecnológica Metropolitana
rcorrea@utem.cl
Dr. en Computación Avanzada y
Sistemas Inteligentes, Universidad
de Granada, España
Coordinador Docente del Departamento
de Física UTEM

Cecilia Ríos R.

crios@utem.cl
Licenciada y Profesora de Estado en
Física y Matemática, USACH
Magíster en Contaminación y Medio
Ambiente, Universidad de Jaume I de
Castellón, España
Directora de Departamento de Física,
UTEM

Javier Wachter Ch.

Laboratorio de Medioambiente,
Departamento de Física
Universidad Tecnológica Metropolitana

Patricio Pacheco H.

Laboratorio de Medioambiente,
Departamento de Física
Universidad Tecnológica Metropolitana

MONITOREO EXPERIMENTAL DE LA CALIDAD DEL AIRE EN LA REGIÓN METROPOLITANA

RESUMEN

En el presente trabajo se entrega una metodología normada de monitoreo de la calidad del aire en la Región Metropolitana (RM) la que puede ser implementada en otras regiones del país, donde los contaminantes atmosféricos son un riesgo para la salud y la calidad de vida de la población. Esta metodología aplica procedimientos normados desde la toma de muestras de aerosoles en distintas zonas de la RM, el análisis experimental avanzado para determinar la presencia de material particulado (PM_{10} , $PM_{2.5}$) y las concentraciones elementales de gases hasta el modelamiento funcional predictivo en condiciones ambientales, por lo que su implementación considera variables de estacionalidad en cada zona monitoreada.

Palabras claves: **Monitoreo, Análisis, Modelamiento, Aerosoles.**

ABSTRACT

In this paper a methodology regulated monitoring air quality in the Region Metropolitana (RM) which can be implemented in other regions of the country where air pollutants are a risk to the health and quality of life comes population. This methodology applies regulated procedures from sampling of aerosols in different areas of the RM, the advanced experimental analysis to determine the presence of particulate matter (PM_{10} , $PM_{2.5}$) and elemental concentrations of gases to functional predictive modeling in environmental conditions, so its implementation considers seasonality variables monitored in each area.

Keywords: **Monitoring, Analysis, Modeling, Aerosols.**

I.- INTRODUCCIÓN

El tema de la calidad del aire constituye una preocupación permanente para gran parte de la población de diversas regiones del país y en particular donde se aprecian síntomas evidentes de contaminación atmosférica en forma constante, casi sin variabilidad estacional. Esta preocupación es válida ya que afecta la calidad de vida de millones de personas y en particular a la salud de la población. Si bien existen instancias fiscalizadoras con amplias atribuciones que tienen por obligación velar para evitar que esta situación empeore, se constata que son débiles los conocimientos más profundos de las causas del evidente deterioro de la calidad del aire que respira la mayoría de los chilenos a lo largo del país y los impactos concretos que tiene en cada región. En esta línea se desarrolla en nuestro Departamento una investigación experimental que contempla el monitoreo del aire en diversas regiones, empezando por la RM, que tiene por objeto determinar cuantitativa y cualitativamente la presencia de material particulado PM_{10} , $PM_{2.5}$ y su composición elemental. Este análisis y estudio contempla diversas etapas que van desde la recopilación de muestras de aerosoles y sus análisis experimental con metodologías avanzadas como el estudio espectral PIXE (Particle Induced X Rays Emission) que se realiza en colaboración con el Centro de Física Experimental (CEFEX) de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Chile. También se implementa el estudio con herramientas computacionales inteligentes, en particular, se analizan espectros PIXE con sistemas neuronales artificiales (SNA) que tienen por objeto avanzar en la automatización en la obtención de resultados, operando en línea y prácticamente en tiempo real.

II.- LABORATORIO DE MEDIO AMBIENTE DEL DEPARTAMENTO DE FÍSICA DE LA UTEM

Se presenta el instrumental de medición de contaminantes atmosféricos, estación meteorológica, móvil de monitoreo y algunas aplicaciones. Este equipamiento está operativo en la Universidad Tecnológica Metropolitana. En la atmósfera urbana además de los gases contaminantes (NO_x , NH_3 , CO , SO_2 , $H_N C_M$, etc.) existen partículas en suspensión (Waggoner *et al*, 1981; Hinos, 1982). La contaminación por material particulado (Romo, 1990; Rojas *et al*, 1990) es importante por las siguientes razones:

- a) Penetran en el sistema respiratorio con mayor efectividad que los contaminantes gaseosos (Dockery *et al*, 1993).
- b) Aumentan la toxicidad de otros contaminantes (Dockery *et al*, 1993).
- c) Disminuye la visibilidad atmosférica (Middleton, 1963; Mc.Cartney, 1976).
- d) Existe formación de estas partículas a partir de algunos contaminantes gaseosos (bruma fotoquímica).

El material particulado suspendido en el ambiente (aerosol) reviste un grave peligro para la vida en la ciudad, sobre todo las partículas de diámetro entre $0,5 (\mu m)$ y $5 (\mu m)$. Por lo anterior es comprensible la urgencia por abordar el problema, siendo un aporte en esta línea la caracterización gravimétrica (masa total del material particulado) y multielemental (compuestos químicos presentes (Crutzen, 1986)) del material inhalable en suspensión. En 1987 en E.E.U.U., la Environmental Protection Agency (EPA) promulgó un nuevo tamaño máximo para el material particulado, éste fue de $2.5 (\mu m)$ de diámetro, $PM_{2.5}$. Estos nuevos estándares limitan la concentración $PM_{2.5}$ hasta $65 (\mu g)$ por cada metro cúbico en una colección de 24 hrs. Consecuente con esta línea de interés esta

implementada en la Universidad Tecnológica Metropolitana (UTEM) una estación fija y móvil de monitoreo de contaminantes atmosféricos compuesta por:

- a) Un medidor de óxidos de nitrógeno, NO_x ;
- b) Un medidor de amoníaco, NH₃; c) Un medidor de ozono, O₃.; d) Medidores de material particulado (PM_{2.5}, PM₁₀) ; e) Una estación meteorológica completa (presión, temperatura, humedad, radiación solar, velocidad y dirección del viento); f) Un Data-logger, que es un equipo que administra la información obtenida con los medidores; a), b), c) y e).

El sistema de medición, además de material particulado, permite medir óxidos de nitrógeno, amoníaco, ozono troposférico y las variables meteorológicas fundamentales. El óxido de Nitrógeno, NO_x, se produce en los procesos de combustión que ocurren en presencia del aire. Los vehículos motorizados son una de las fuentes más importantes, por ejemplo de NO y de NO₂, éste último es de olor desagradable y provoca desde irritación moderada, pasando por una congestión pulmonar grave y puede causar incluso la muerte (Informe Final,1985; William, 1989; Oyola, 1992). La radiación solar que actúa sobre esta bruma fotoquímica (Bertil, 1979) es la responsable de iniciar el proceso de disociación molecular de los óxidos de Nitrógeno siendo un subproducto de este proceso, el ozono a nivel de suelo. La dinámica Físico-Química de generación de ozono es muy compleja e inestable (la vida media de éste ozono es extremadamente baja, milésimas de segundos), pero implica una presencia continua en promedio de disociación molecular. Sus efectos en la salud humana son detrimento en la actividad respiratoria y daño a los vegetales (EEUU, Suecia, Holanda han realizado estudios de perjuicio agrícola superando los mil millones de dólares, en Chile se desconoce el daño). Finalmente, el amoníaco siendo una sustancia ácida, produce efectos perjudiciales en la salud humana y en los vegetales.

Equipo de medición de material particulado PM₁₀

Los diagramas siguientes, Figura 1 (a,b) son representaciones esquemáticas del medidor de material particulado Model 1200 / VFC HVPM₁₀ Sampler (para efecto de abreviar su designación se le mencionará solamente como PM₁₀), indicándose sus partes principales

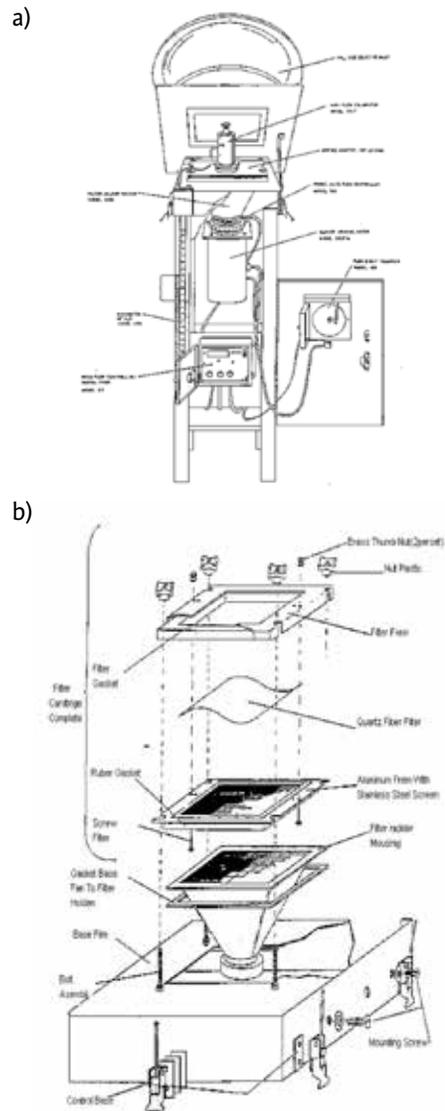


FIGURA 1. A) DIAGRAMA DEL MEDIDOR DE MATERIAL PARTICULADO DE ALTO VOLUMEN.(B) ESQUEMA DE DISPOSICIÓN DEL FILTRO DE FIBRA DE CUARZO.

Metodología de la medición

Una parte básica para la puesta a punto de cualquier instrumento de medición son las condiciones iniciales que permiten que el equipo mida según los rangos definidos, lo que se denomina “técnica de calibración”. A modo de ilustración se señala el procedimiento para el medidor de alto volumen PM10. Es esencial, que se satisfaga la denominada “recta de calibración” que se obtiene confrontando:

$$\sqrt{\frac{\Delta H_2O * T_a}{P_a}} (K^{1/2}) = m * Q_a + b$$

donde ΔH_2O es el diferencial de presión en el orificio de calibración medido en pulgadas de agua, T_a es la temperatura ambiente medida en Kelvin, P_a es la presión barométrica medida en milímetros de Hg y Q_a es el caudal del motor de aspirado medido en m^3 / min . Aplicando un buen programa de ajuste de curvas determinamos que la mejor función de tendencia de valores es la línea recta con parámetros:

$$b = -0.01851 (K^{1/2}), \quad m = 0.96162 (K^{1/2} \text{ min}/m^3)$$

donde b y m , indican el intercepto y la pendiente de la relación para el orificio de calibración; satisfaciéndose estas condiciones el instrumento está en su nivel de máxima eficiencia. Otro aspecto importante es el filtro a utilizar, sugiriéndose el filtro de fibra de cuarzo. Para el caso de las actividades desarrolladas se emplea un filtro plástico de acrilonitrilo - butadieno - estireno, el cual debe someterse a un tratamiento previo y posterior a la medición de masa, en condiciones similares de presión, temperatura y humedad.

El medidor se ubica en un patio de la Universidad Tecnológica Metropolitana, en la ciudad de Santiago comuna de Macul. Se realizan

mediciones en funcionamiento continuo de 24 hrs. según indicada la Tabla 1, junto con los valores de presión y temperatura usados para el cálculo de la concentración

TABLA 1. RESULTADOS DE MEDICIONES EN LA SEDE MACUL DE LA UTEM

Hora + 24 hrs.	Fecha (días de Julio)	Nº de Filtro	r ($\mu\text{gr} / \text{m}^3$)	P_a (mm de Hg)	T_a (°C)
10:00 AM	17 - 18	7959	155.06	760	13
10:36 AM	21 - 22	7594	184.30	760	13
15:14 PM	23 - 24	7593	124.15	760	9.5
10:00 AM	25 - 26	7592	135.98	760	9.5

La Tabla 1 contiene los valores de concentración de material particulado de $10 \mu\text{m}$ de diámetro, según las fechas señaladas, que se depositan sobre el filtro después de 24 horas de funcionamiento ininterrumpido del motor de aspirado a las presiones y temperaturas ambiente promedio, indicadas en las dos últimas columnas. Para efecto de comparación de las mediciones se usa de referencia un Medidor de Material Particulado de Alto Volumen administrado por el SESMA de la Región Metropolitana (Santiago de Chile) el que está calibrado y opera según las normas EPA y que se ubica en una zona geográfica urbana próxima (menos de un kilómetro) al instrumento de prueba.

Las mediciones realizados por el instrumento de prueba están en el orden de las medidas por el usado de patrón, según muestra la Tabla 2 :

TABLA 2. ERROR ABSOLUTO (EA) Y ERROR RELATIVO (ER) ENTRE RESULTADOS OBTENIDOS POR LABORATORIO DE MEDIOAMBIENTE UTEM Y EL SESMA DE MATERIAL PM10

UTEM ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	SESMA (Estación Nº 18) ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	EA ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	%ER
155	178	- 23	- 13
184	169	+ 15	+ 9
124	130	- 6	- 5
136	124	+ 12	+ 10

Esto confirma la metodología usada para medir y que la técnica de calibración es la adecuada. Se han realizado mediciones en terreno de los niveles de concentración en gramos sobre metros cúbicos de material particulado de 10 μm de diámetro depositado sobre filtros tratados en determinadas condiciones de contorno los que han sido contrastados, con diferencias despreciables, con los valores obtenidos con mediciones realizadas - durante los mismos períodos y similares condiciones - por un medidor calibrado y normado administrado por el SESMA.

Medidor de material particulado de 2.5 y 10 μm en tiempo continuo.

Las partículas de diámetro entre 0,5 (μm) y 5 (μm) tienden a ser retenidas (acumuladas) por los pulmones cuando son inhaladas y luego sus elementos tóxicos son absorbidos e ingresando a la sangre. Las partículas mayores de 45 (μm)

) no traspasan la zona ciliar de la nariz y son reexpelidas rápidamente, las menores de 0,1 (μm), ultrafinas, no están muy estudiadas pero al parecer son también reexpelidas. Estudios recientes buscan obtener relaciones entre los efectos en salud a nivel respiratorio y cardiovascular por exposición aguda a concentraciones de 5 tamaños de material particulado fino y 2 tamaños de material particulado ultra fino (Mills *et al*, 2009)

Es importante la caracterización gravimétrica (masa total del material particulado) y multielemental (compuestos químicos presentes) del material inhalable en suspensión según los nuevos estándares que limitan la concentración del $\text{PM}_{2.5}$ hasta 65 ($\mu\text{g}/\text{m}^3$) por cada metro cúbico en una colección de 24 hrs. Consecuente con esta línea de interés es que esta implementada en la Universidad Tecnológica Metropolitana (UTEM) una estación fija y móvil de monitoreo de material particulado.

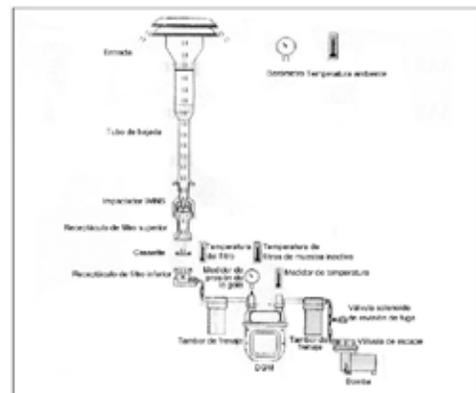


FIGURA 2. DOS RAAS2.5-100, DE LOS CUALES UNO ES DE LA UTEM, MONITOREANDO AIRE DE ZONA DE CONTROL. EL ESQUEMA REPRESENTA AL COLECTOR RASS2.5 - 100 (ANDERSEN INSTRUMENTS, INC), PARA MATERIAL PARTICULADO RESPIRABLE O INHALABLE.

Estación de monitoreo móvil para medición de contaminantes atmosféricos

La estación de monitoreo móvil dispone de equipos para medición de material particulado de 2.5 y 10.0 μm , medidores de contaminantes gaseosos, estación meteorológica, unidad de registro y almacenamiento de datos. Su característica más destacable es su polifuncionalidad y su traslado al lugar de los eventos.



FIGURA 3. ESTACIÓN DE MONITOREO MÓVIL, INTERIOR PLANTA DIESEL Y EN TERRENOS DE CURACAVÍ.

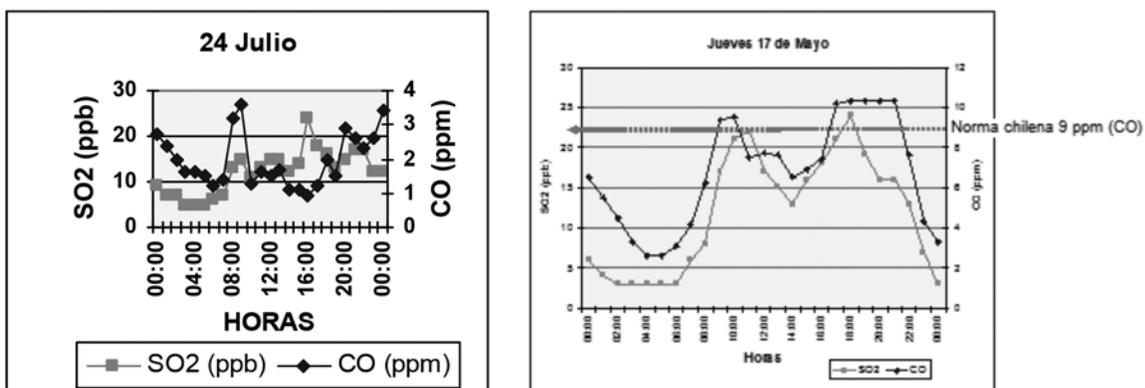


FIGURA 4. EL PRIMER GRAFICO REPRESENTA LA CONCENTRACIÓN DE MONÓXIDO DE CARBONO (CO) Y DIÓXIDO DE AZUFRE (SO₂) EN ZONA URBANA, EN EL PERÍODO MONITOREADO PARA UN DÍA. EL SEGUNDO ES LA CONCENTRACIÓN DE MONÓXIDO DE CARBONO (CO) Y DIÓXIDO DE AZUFRE (SO₂) EN UNA PLANTA DIESEL 3.

Puesta a punto y calibración de medidores de contaminantes atmosféricos gaseosos y variables meteorológicas, con sistema de transmisión de datos a distancia.

Se dispone de medidores, calibrados, de contaminantes atmosféricos (NOX, O₃, NH₃) y variables meteorológicas (dirección y velocidad del viento, temperatura, presión atmosférica, radiación solar y humedad relativa). Un sistema de recepción y transmisión de datos a distancia permite la medición remota. La comparación de las mediciones con instrumentos similares administrados por el SESMA de Santiago de Chile y normados según EPA, exhibe buen acuerdo. Estas características permiten abordar los aspectos teóricos y experimentales de la contaminación atmosférica en forma rigurosa. La contribución específica de las fuentes, en general, depende de la ubicación, intensidad relativa de cada actividad contaminante, mecanismos de transporte, dispersión y condiciones meteorológicas (Wolf, 1993).

Dado el rango amplio de gases traza susceptibles de estudios y con fuertes implicancias en la actividad de las personas (Bolin, 1983; Intendencia R.M., 1989) se investigan las capacidades de los instrumentos en la medición de Ozono, el Monóxido de Nitrógeno, el Dióxido de Nitrógeno y el Amoníaco comparando los valores medidos con las de instrumentos normados y calibrados según EPA y que forman parte del instrumental del SESMA. Al estar acreditada la metodología de medición con los equipos se hacen registros de medición en zonas de interés contando, además, con el control de las variables climáticas de: Presión atmosférica, Velocidad y Dirección del viento, Humedad relativa, Radiación solar, Temperatura, los que permiten cuantificar localmente, en forma prolija, la incidencia en los organismos. Se dispone de un sistema de transmisión de

datos a distancia que consiste de una unidad LOGGER de administración de datos, de un MODEM interno (tarjeta al interior del PC), un MODEM externo (equipo adosado al exterior del LOGGER) y una línea telefónica a través de la cual se emiten y reciben los datos. Equipo de medición de gases

A continuación se presentan en sus características principales los medidores de contaminantes atmosféricos, la estación meteorológica y los modems.

a) Analizador de Ozono, que utiliza fotometría ultravioleta, OZ2000 de la serie Seres 2000 con sistema modular (16 Bit, 220V/50Hz, 4-20mA).

b) Analizador de Óxidos de Nitrógeno en aire ambiente NO- NOX 2000 de la serie Seres 2000. El principio de medición está basado en una reacción química entre el ozono (O₃) y el NO. Un fotomultiplicador mide la intensidad de la luz emitida, en una longitud de onda ubicada en el rojo (1000nm).

c) Analizador de amoníaco NH₃2000, de la serie Seres 2000 (220V/50Hz, 4-20mA).

d) El rack de análisis de **variables meteorológicas**, consiste de:

-1 taquío-anemómetro (DNA 501) ; 1 gonio anemómetro (DNA 510) ; 1 Termo higrómetro (DNA 533); 1 radiómetro (DPA 560) ; 1 barómetro (DQA 201)

(24 V (AC), 4-20mA).

e) Un sistema de adquisición y transmisión de datos, DATA 2000, de la serie Seres 2000. La unidad de control y monitoreo es automática, esto asegura independencia de las unidades de análisis. Funciones:

Scaneo de datos ; Indicador de señales con problemas ; Transmisión a un PC de los datos almacenados (1.200, 220V/50Hz, 4-20 mA).

Para hacer lo anterior el analizador usa com-

puertas electrónicas analógicas y lógicas para la adquisición y transmisión de los parámetros y compuertas de interfase (entrada/salida), para el dialogo entre estas compuertas, que depende de las órdenes transmitidas o recibidas.

Características de los Modem

Modem Interno:

-Fax Modem de 33.600 Baudios, con respuesta automática, recibe desde el Data Logger a 1.200 Baudios

-Bits de datos: 8 ; Paridad: ninguna ; Bits de parada: 1 ;Control de flujo: ninguno.

Trabaja con el voltaje del computador (220), tiene entrada ISA en la placa madre del computador, la tarjeta tiene dos entradas, una para la línea telefónica y la otra para el auricular. El

cable de teléfono transmite a 14.400 Baudios y la tarjeta recibe a 1.200 Baudios (depende del Logger).

Modem Externo:

-Fax modem externo de 1.200 Baudios, trabaja con un transformador de 9V y50Hz. Transmite a 1.200 Baudios., se conecta a la puerta Modem del Data Logger. Sirve como puente entre el Data Logger (remoto) y el PC y requiere de línea telefónica.

-Bits datos: 8 ;Paridad: ninguna ; Bits parada: 1;Control de flujo: ninguno.

Montaje de los equipos

A continuación el esquema de bloques, de los equipos completos de contaminantes atmosféricos y estación meteorológica.



FIGURA 5. ANALIZADORES DE GASES Y ESTACIÓN METEOROLÓGICA.

Metodología de la medición

Los equipos analizadores de ozono, óxidos de nitrógeno y amoníaco, han sido calibrados para su uso posterior, de acuerdo a las normas de la EPA, mediante un calibrador multipunto y con balones de gases patrón adecuados. Los datos son comparados con los del SESMA, al igual que las variables meteorológicas.

Los analizadores están instalados en una dependencia especialmente acondicionada (presión, temperatura y humedad controlada) y las muestras se toman con mangueras de características técnicas adecuadas, que por un extremo acceden a las muestras y por el otro se conectan a los equipos. La estación meteorológica queda ubicada al medio ambiente externo y mediante cables se conecta, al igual que los analizadores, al Data Logger,

quien almacena los datos hasta por un lapso de 3 meses (en promedio) en forma continua, los cuales una vez descargados al PC, son borrados. La transmisión de datos, puede ser manual, esto es, con un PC portátil se extraen los datos, en cuyo caso no es necesario el Modem externo. Para bajar los datos usando el Modem externo, se necesitan dos líneas telefónicas: una para la transmisión del Data Logger pasando por el Modem externo y una para la recepción a distancia, pasando por el Modem interno.

Durante los periodos de prueba y ajuste se comparan las mediciones con los datos normados. Es fundamental estudiar cada una de las variables y sus interrelaciones.

A continuación se presentan algunos resultados respecto de la evolución anualizada de material particulado y de Monóxido de Nitrógeno

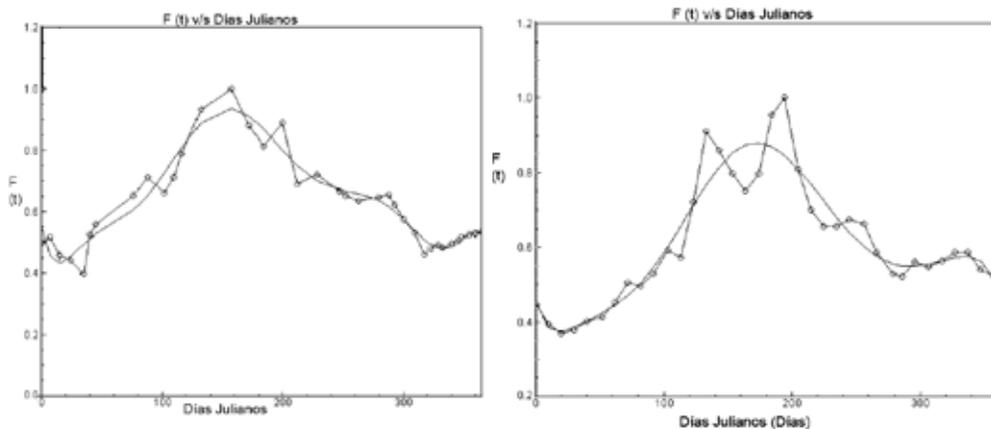


FIGURA 6. LOS GRÁFICOS PRESENTAN LA EVOLUCIÓN DE LA CONCENTRACIÓN NORMALIZADA DEL MATERIAL PARTICULADO PM10 Y DE MONÓXIDO DE NITRÓGENO RASTREADO DURANTE EL AÑO 2005.

Los datos obtenidos están dentro de los rangos esperados respecto de los equipos normados según EPA del SESMA, por lo que están en condiciones de realizar mediciones todo terreno.

III.- ANÁLISIS DE AEROSOLES ATMOS-FÉRICOS CON LA METODOLOGÍA PIXE

La metodología del análisis PIXE (particle induced X ray emission) es poderosa, no destructiva y relativamente simple que puede ser usada para indentificar y cuantificar elementos traza que típicamente van del Al (Aluminio) al U (Uranio) (Johansson et.al., 1995). En la metodología por análisis PIXE se miden los rayos X que provienen del llenado de vacancias de capas internas de átomos que han sido excitados en la muestra, arrancandoseles un electrón, por medio de un bombardeo con partículas. Las energías de estos rayos X son característicos para cada elemento, lo que permite una cuantificación.

La excitación de los átomos en la muestra se produce incidiendo sobre ellos con una haz de partículas generado por el acelerador Van de Graaff KN 3750 de 3.7 MeV de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Chile. Este acelerador permite generar los haces iónicos H+, D+, He+, Ne+, Ar+ y Xe+ siendo el haz de H+ el utilizado preferentemente para el análisis PIXE. En el montaje experimental un monitor de perfil del haz NEC modelo FP3 y un conjunto de direccionadores y colimadores permiten el control y monitoreo del haz a lo largo de la línea. Los blancos son adjuntados al soporte de blancos controlado por computador y es irradiado con un haz de protones de 2.0 MeV de 3 mm2 de sección eficaz. El haz después de pasar a través del blanco, es detenido por un copo de Faraday localizado a 0.5 m detrás de la posición del blanco. Corrientes típicas del haz de protones estan entre 5 nA y 20 nA. Los rayos-X emitidos por las muestras son recogidos por un detector de Si(Li) criogénico CANBERRA modelo 7300 que tiene una resolución de 220 ev FWHM a 5.9 keV. Los pulsos son analizados con circuitería electrónica apropiada y colectadas por un Analizador Multicanal ORTEC modelo Trump-8K. El espectro de PIXE almacenado,

conteniendo los rayos X característicos más un fondo de tipo Bremsstrahlung son analizados con los programas Axil (Van Espen et.al., 1986) y Gupix (Campbell et al. 2000) obteniendo el área neta de todos los elementos detectados en la muestra. Para verificar la homogeneidad de las concentraciones en la muestra, varios espectros son usualmente analizados en diferentes lugares de cada blanco. Siguiendo la metodología estandar de PIXE las concentraciones elementales son calculadas a partir de las intensidades de los rayos-X, carga acumulada y densidad de masa de las muestras. La sensibilidad del sistema de detección es determinada por la irradiación, bajo similares condiciones, de un set de muestras certificadas provistas por Micromatter. Muestras certificadas de Al, SiO, CuS, KCl, CaF2, Cr, Fe, ZnTe y CdSe se utilizan para obtener la curva de eficiencia del sistema expresada por unidades de carga y por unidad de densidad de masa superficial en la región de interés en energía, es decir 2-10 keV. La función que ajusta esta curva de eficiencia se obtiene de las muestras estándares a través de la ecuación:

$$J_l = J(E_{k_i}^l) = \frac{I_{st}^l(E_{k_i})}{Q^l m_{st}^l}$$

donde I_{st}^l representa el número de cuentas en el peak K_{α} . Q^l es la carga colectada en el copa de Faraday y m es la masa por unidad de área. Una típica función de ajuste de sensibilidad con estándares pertenecientes al laboratorio se muestra en la Figura 8 como ejemplo.

La concentración de un elemento Z, C_z , definido como el cuociente entre la masa elemental y la masa total de la muestra, fue calculada usando la ecuación:

$$C_z = \frac{I_z(E_{k_i})}{M Q J(E_{k_i})}$$

donde I_z , Q y M tienen los mismos significados anteriores pero ahora en referencia a las muestras en estudio y no estándares.

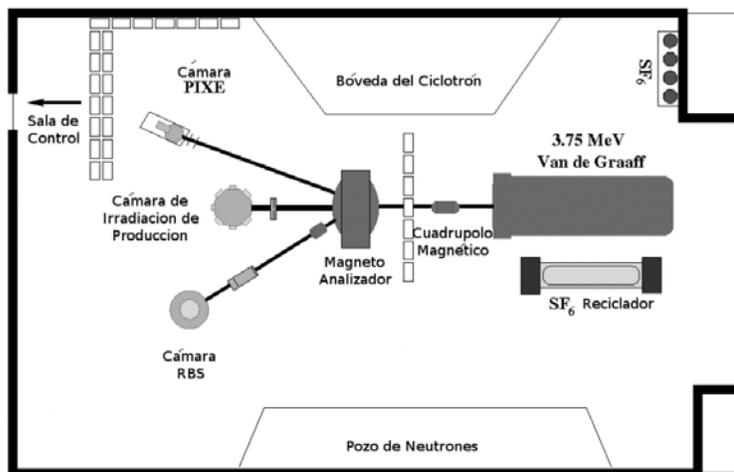


FIGURA 7. DIBUJO ESQUEMÁTICO DEL ACELERADOR VAN DE GRAAFF Y LAS LÍNEAS DE HACES PARA EXPERIMENTOS.

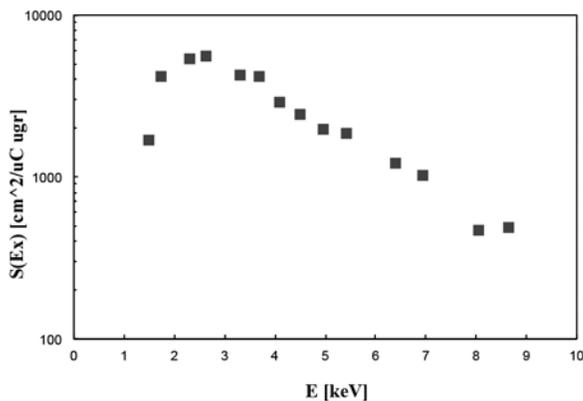


FIGURA 8. CURVA DE SENSITIVIDAD DEL SISTEMA DE DETECCIÓN DETERMINADO CON MUESTRAS ESTÁNDARES.

En este laboratorio la técnica PIXE a sido extensamente utilizada para el análisis de elementos traza de polución atmosférica, caracterización de muestras de obsidias de diferentes fuentes de sitios en Chile (Seelenfreund et.al., 2002, Dinator et.al., 2002) y en muestras geológicas, médicas y biológicas (IAEA, 2001). Como un ejemplo, en un reciente estudio de bioacumulación de metales en peces (*Cyprinus Carpio*) muestras de músculos, branquias e hígado fueron analizadas (Chesta et.al., 2003). Todas las muestras fueron idénticamente tratadas por un proceso de digestión usando HNO_3 , para obtener una solución homogénea. Una

cantidad controlada de cada solución fue depositada en una película delgada de kaptan obteniendo blancos delgados como se requiere para aplicar la técnica PIXE. Un espectro típico, correspondiente a una muestra de hígado se muestra en la Fig. 2. Un estudio mediante análisis PIXE de aerosoles recolectados en la Antártica esta siendo finalizado (Prendez, Donoso, 2010). En la Figura 9 se muestra un ajuste realizado con el programa GUPIX en una muestra de aerosol proveniente de la antártica. El resultado del ajuste arroja la concentración de elementos en la muestra.

Con el fin de mejorar la eficiencia del análisis PIXE de un gran número de muestras similares, la aplicación de redes neuronales artificiales (RNA) también ha sido recientemente publicada (Correa et.al., 2006).

En la actualidad una nueva cámara construída por CINEL-Strumenti Scientifici está siendo instalada, la cual esta diseñada para el análisis automático de 30 muestras sujetas a una rueda dirigida remotamente por un computador de adquisición.

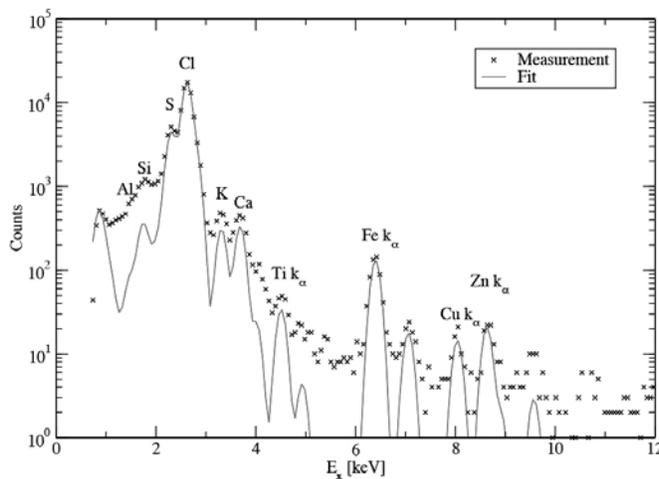


FIGURA 9. AJUSTE DEL ESPECTRO DE RAYOS-X EN UN ANÁLISIS PIXE DE UNA MUESTRA DE AEROSOL ANTÁRTICO. EL AJUSTE SE REALIZÓ CON EL PROGRAMA GUPIX.

IV.- Determinación de concentraciones elementales en muestras de aerosoles con redes neuronales artificiales (RNA)

En el Departamento de Física de la UTEM se implementa el estudio de aplicaciones de RNA al análisis espectral y en particular en la determinación de concentraciones elementales de espectros PIXE obtenidos de muestras orgánicas (Correa et.al. 2006) y de aerosoles atmosféricos (Dinator et.al. 2007).

Las redes neuronales deben comprenderse como dispositivos de la ingeniería que se construyen inspiradas en funciones del cerebro humano y que son capaces de realizar alguna

función relacionada con el aprendizaje, representación del conocimiento y generalización de lo aprendido. Las RNA se aplican para la solución de problemas que presentan alta no linealidad, donde las metodologías algorítmicas y secuenciales demandan mayor tiempo y resultan ser más costosas. En esta línea, las RNA constituyen una metodología computacional que permite avanzar en la automatización de solución de problemas complejos.

En el diseño de una RN existen tres instantes fundamentales orientados a resolver determinado problema y consisten que en primera instancia debe definirse la topología de la red a utilizar, luego determinar el tipo de

entrenamiento y finalmente implementar un mecanismo de test o verificación de la RNA entrenada.

Para la determinación de concentraciones elementales en espectros PIXE con RNA se emplearon redes de propagación hacia adelante (FF.NN.) entrenadas con el algoritmo de retro propagación del error, el cual es utilizado en forma frecuente en este tipo de redes. Este algoritmo contempla un entrenamiento supervisado, o con maestro, donde el conjunto de entrenamiento se conforma por pares etiquetados (entrada; salida) y mediante un proceso computacional de cotejo iterativo se produce una corrección del error entre el valor de la salida esperada y la respuesta que entrega la red. Este proceso se repite hasta que el valor de una función objetivo, que en

este caso constituye el error cuadrático medio, alcance un mínimo que indica que la red logra el nivel de aprendizaje suficiente, o esperado.

Las estructura de la FF.NN. empleadas en nuestras aplicaciones se componen de tres capas una de entrada(con x_i neuronas), una oculta (con h_L neuronas) y una de salida (con n_o neurona) (Figura 10). El conjunto (x_i , h_L , n_o) se define en relación al problema que se está resolviendo y considerando el número total de ejemplos disponibles tanto para el entrenamiento como para el test, en nuestras aplicaciones en estudio de espectros PIXE se consideró ($i = 5$, $L = 5$, $n_o = 1$).

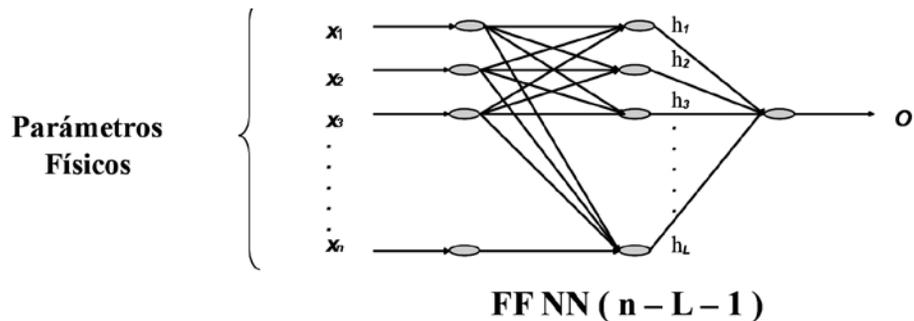


FIGURA 10. RNA DE PROPAGACIÓN HACIA DELANTE (FF.NN.), CON N - ENTRADAS, L - NEURONAS OCULTAS Y UNA SALIDA

En el proceso de entrenamiento se determinan los valores de las conexiones (pesos) entre las neuronas de una capa con las de la capa siguiente, y estos valores se recuperan cuando la red debe entrega respuesta ante ejemplos diferentes a los utilizados en el conjunto de entrenamiento.

En la Figura 11 se ilustra la relación de las entradas a las RNAs con diferentes momentos del

procedimiento experimental PIXE, y como se puede ver, solo una entrada constituye un dato espectral directo y las otras son antecedentes experimentales disponibles antes de conocer el espectro. Es decir la RNA entrenada debe identificar los elementos de interés en el espectro y obtener el número de cuentas bajo la respectiva línea y luego determinar las concentraciones elementales en línea y tiempo real.

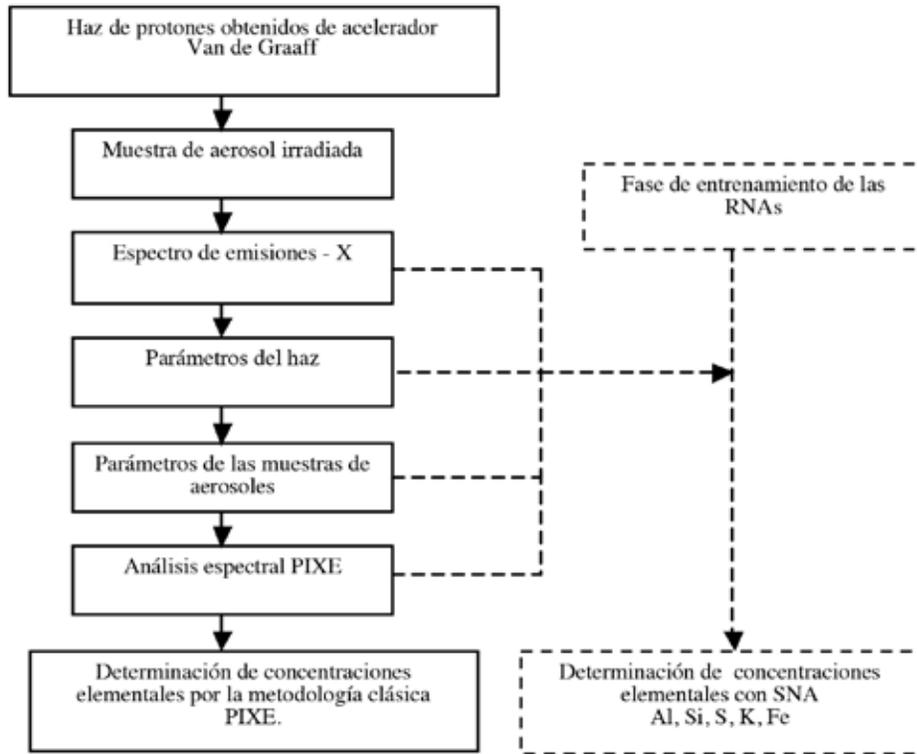


FIGURA 11. ESQUEMA DE PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL Y SU RELACIÓN CON LAS RNAs PARA DETERMINAR LAS CONCENTRACIONES DE LOS ELEMENTOS INVESTIGADOS MUESTRAS DE AEROSOLEs.

Con el objeto de mejorar los resultados obtenidos por las RNA se diseñaron sistemas neuronales artificiales (SNA) que están constituidos por un número determinado de redes (en nuestro caso 5) que operan en paralelo y que han sido entrenadas en forma independiente. El SNA obtiene las respuestas de cada red y las combina mediante algún procedimiento establecido en un sistema de decisión y entrega su respuesta a la consulta realizada. En los experimentos con aerosoles se construyó un SNA para cada

elemento de interés y cada sistema opera en paralelo y en forma independiente.

En la Tabla 3 se observa una comparación entre los valores de las concentraciones elementales de un conjunto de muestras de aerosoles tomadas en la ciudad de Santiago, determinadas por la metodología experimental Cexp y por los SNA Cnn. Estas muestras son las seleccionadas para el conjunto de test, es decir, no conocidas previamente por los SNA.

TABLA 3. COMPARACIÓN DE LAS CONCENTRACIONES ELEMENTALES DETERMINADAS POR LOS SNA, C_{NN} , Y LAS EXPERIMENTALES - ESPERADAS, C_{Exp} , EN EL CONJUNTO DE TEST.

Aluminio – Al		Silicio – Si		Azufre – S		Potasio - K		Hierro-Fe	
Cnn %	Cexp %	Cnn %	Cexp %	Cnn %	Cexp %	Cnn %	Cexp %	Cnn %	Cexp %
4.19E-02	4.90E-02	2.83E-01	2.52E-01	2.96E-02	3.30E-02	1.01E-02	0.80E-02	4.60E-02	3.80E-02
4.34E-02	3.80E-02	1.87E-01	1.69E-01	1.93E-02	1.90E-02	1.01E-02	0.60E-02	2.90E-02	2.50E-02
3.92E-02	2.50E-02	1.27E-01	1.35E-01	1.33E-02	1.60E-02	9.50E-03	9.00E-03	4.14E-02	4.70E-02
1.55E-02	2.0E-02	1.11E-01	1.24E-01	1.11E-02	1.30E-02	0.74E-02	1.10E-02	5.13E-02	7.80E-02
1,30E-03	1.80E-03	7.63E-02	6.91E-02	0.70E-03	1.00E-03	6.00E-04	5.00E-04	2.20E-03	1.70E-03
6.00E-04	7.00E-04	1.50E-03	1.30E-03	5.00E-04	3.00E-04	5.00E-04	6.00E-04	1.40E-03	1.30E-03
0.80E-03	1.20E-03	1.50E-03	1.20E-03	4.00E-04	4.00E-04	2.10E-03	2.00E-03	4.50E-03	7.70E-03

Los resultados muestran una fuerte relación estadística entre ambos conjuntos con un coeficiente de correlación $r^2 = 0.97$ y constituyen una verificación de que los SNA han sido capaces de generalizar a partir de lo aprendido en el proceso de entrenamiento.

V.- CONCLUSIONES

Considerando la importancia que tiene la contaminación atmosférica en la calidad de vida de la población y la relevancia que requiere la caracterización física de los aerosoles atmosféricos es que en el Departamento de Física de la UTEM se ha diseñado una propuesta de monitoreo del aire en la RM, que comprende en primer lugar ubicar determinados lugares representativos de las condiciones de vida de la mayoría de la población, en segundo lugar corresponde la respectivas tomas de muestras y luego se procede a su análisis experimental y cualitativo para establecer la presencia de materia particulado PM_{10} , $PM_{2.5}$ y la composición elemental de las muestras. Esta metodología se podrá aplicar en otras regiones del país que sufren contaminación atmosférica severa.

AGRADECIMIENTOS

Al Centro de Física Experimental (CEFEX) de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Chile, y en particular a su Director el Dr José Roberto Morales por su constante colaboración tanto en la parte experimental del proceso como en sus aspectos metodológicos y analíticos.

REFERENCIAS

- [1] Bertil, N.(1979). *Applied Optics*. Vol.18, Number 20, pp.: 3457 - 3473.
- [2] Bolin, B., Cook, R.P.(1983). The major Biogeochemical cycles and their interactions. Nueva York: John Wiley and Sons.
- [3] Campbell, J. L. Teesdake, W. J. Maxwell, J. A. Nejedly Z.(2000) Nuclear Instrument and Method B 170, 193-204.
- [4] Correa, R., Chesta, M.A, Morales, J.R., Dinator, M.I., Requena I., Vila, I., 2006.. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms, Volume 248, Issue 2, pp. 324-328
- [5] Crutzen, P.J., Graedel, T.E. (1986). *The role of atmospheric chemistry in Environment - Development Interactions*. Londres: Cambridge University Press.
- [6] M. Chesta, I. Vila, P. Auriol, J.R. Morales, M.I. Dinator, in: Symposium Latin American Section, American Nuclear Society, Santiago, Chile, 25–28 August 2003.
- [7] M.I. Dinator, R. Correa, I. Requena and J.R. Morales. Proceedings of the XI International Conference on PIXE and its Analytical Applications Puebla, Mexico, May 25–29,2007
- [8] M.I. Dinator, J.R. Morales, M. Chesta, S. Cancino, C. Sinclair, A. Seleenfreund, *Nucleotécnica* 22 (2002) 21.
- [9] Dockery, D.W., Arden Pope III, C., Xiping Xu, Spengler, J.D., Ware, J.H., Fay, M.E., Ferris, B.G. (1993). "An Correlation between air pollution and mortality in six city". *Journal of Medicine*, Vol. 329, N° 24, pp.: 1753 – 1754.
- [10] Horvath, H.(1981). "Atmospheric Visibility ". *Atmospheric Environment*, Vol.15, N°10/11, pp.:1785-1786.
- [11] Hinos, W.C. (1982). *Aerosol Technology*. Nueva York: John Wiley and Sons.
- [12] Informe Final.(1985). Contrato Servicio de Salud del Ambiente, Región Metropolitana, Universidad de Chile. "Estudio de Caracterizaciones Físicas y Químicas de Partículas en Suspensión en la Región Metropolitana", Santiago.
- [13] Intendencia R.M. (1989). "Universo de Fuentes Emisoras de Contaminación Atmosférica e Inventario Real de Emisiones para Santiago", Informe final, Santiago.
- [14] S.A. Johansson, J.L. Campbell, K.G. Malmqvist Particle Induced X-ray Emission Spectrometry (PIXE) John Wiley & Sons Inc, New York (1995)
- [15] Loyola, P., Moreno, R.(1992). "Monitoreo y Evaluación de la Contaminación Atmosférica en la Región Metropolitana de Santiago de Chile", División de Investigación Atmosféricas, Informe Final.
- [16] Mc.Cartney, E.J.(1976). *Optics of the Atmosphere*. Nueva York: John Wiley and Sons.
- [17] Middleton, W.E.K.(1963). *Vision Through the Atmosphere*. Toronto: University of Toronto Press.
- [18] Mills NL, Donaldson K, Hadoke PW, Boon NA, MacNee W, Cassee FR, Sandström T, Blomberg A, Newby DE. (2009). Adverse cardiovascular effects of air pollution. *Nat Clin Pract Cardiovasc Med*. 2009 Jan;6(1):36-44. doi: 10.1038/ncpcardio1399. Epub 2008 Nov 25.

[19] M. Prendez, H. Peralta, Nicolás Donoso. ¿Es puro el aire de bahía Fildes, isla Rey Jorge, Antártica? Boletín Antártico Chileno. Publicado Dic 2010.

[20] Rojas, C.M., Artaxo, P., Van Grieken, R.(1990).”Aerosols in Santiago de Chile: A study using receptor Modeling with X-Ray Fluorescence and single particle analysis”. *Atmospheric Environment*, vol. 24B, N°2, pp.: 227-241.

[21] Romo-Kroger, C.M.(1990).”Elemental Analysis of Airbone Particulates in Chile”. *Enviromental Pollution*, 68, 161-170.

[22] A. Seelenfreund, J. Miranda, M.I. Dinator, J.R. Morales, J. Radio- anal. Nucl. Chem. 251 (2002) 15.

[23] P. Van Espen, K. Janssens, I. Swenters, AXIL X-ray Analysis Software. Canberra Packard, Benelux. Volume 1, Issue 1, November 1986, Pages 109-114

[24] Waggoner, A. P. Weiss, R. E., Ahlquist, N.C., Covert, D. S., Will, S., Charlson, R. J.(1981). “Optical Characteristic of Atmospheric Aerosols”. *Atmospheric Environment*, vol. 15, N° 10/11, pp.1981-1909.

[25] William C., C.(1989). “La Gestión del Planeta Tierra”. *Investigación y Ciencia*, N° 158, pp.: 13 – 21.

[26] Wolf, R.S. (Nov. / Dec.1993).”Multiflexed Visualization: Terrain Rendering and Magellan Data “. *Computers in Physics*, Vol. 7, N° 6, pp

[27] Long Term Needs for Nuclear Data Development, INDC(NDS)-428, IAEA, August 2001.

Patricio Pacheco Hernández

Universidad Tecnológica de Chile
patricio.pacheco3@inacapmail.cl
Dr. en Educación
Universidad Bolivariana, Chile
Docente Universidad Tecnológica de Chile
y Universidad Tecnológica Metropolitana

Rafael Correa Devés

Universidad Tecnológica Metropolitana
rcorrea@utem.cl
Dr. en Computación Avanzada y
Sistemas Inteligentes, Universidad
de Granada, España
Coordinador Docente del Departamento de
Física UTEM

Cecilia Rios Rolland

crios@utem.cl
Licenciada y Profesora de Estado en Física
y Matemática, USACH
Magíster en Contaminación y Medio Ambiente,
Universidad de Jaume I de Castellón, España
Directora de Departamento de Física,
UTEM

RELACION ENTRE LA CONECTIVIDAD Y LA CALIDAD, DE UN PROCESO DE APRENDIZAJE EN AULA, CON LAS EMOCIONES.

RELATION BETWEEN QUALITY AND CONNECTIVITY OF A LEARNING PROCESS
IN CLASSROOM WITH THE EMOTIONS.

RESUMEN

Estudio de conductas desplegadas por alumnos, constituidos en equipos en procesos de aprendizajes, con cálculo del centroide. Este explica la conectividad entre integrantes del equipo. Comprobándose que la evolución, en el tiempo, del campo emocional influencia las otras dimensionalidades del modelo no lineal aplicado y la calidad del aprendizaje.

Palabras clave: **Campos emocionales, Aprendizajes significativos, Dinámica no lineal.**

ABSTRACT

Study behaviors displayed by teams of students in learning processes with the centroid determination which explains the connectivity between team members. Proving that evolution, over time, the emotional field influence other dimensionalities nonlinear model applied and the quality of learning.

Keywords: **Emocional fields, Meaningful learning, Nonlinear dynamics.**

INTRODUCCIÓN

En Chile, su sistema educacional ha implementado diversos índices, basándose en criterios de normalización y certificación, referidos a: edificaciones, zonas de recreación, casinos, espacio físico y libros de biblioteca, materiales didácticos (Laboratorios para Física, Química, Biología, Laboratorios de Computación, etc.), legalidad de los títulos de los docentes, planta funcionaria y administrativa, liderazgo y gestión, extensión, compatibilidad entre objetivos de la institución de educación y el modelo de sociedad vigente, procesos financieros, publicidad según leyes, inserción laboral y competencias según el mundo de las empresas de sus titulados de educación superior, etc. (Ministerio de Educación, 2002), los que son comprobables por fiscalizaciones internas y externas, permitiendo definir un horizonte de mínimos atributos para el proceso que debiera conducir al alumno según sus niveles de escolaridad, entre varios otros objetivos, hacia aprendizajes, verificables. Sin embargo, no es menos cierto que su control y evaluación por diversos instrumentos no muestra una mejora transversal significativa, reflexión que surge al comparar los valores de rendimientos de un universo de estudiantes nacionales y de diversos países. Así se desprende de los resultados, por ejemplo, de instrumentos de medidas internacionales para Educación Media tales como la Prueba Pisa de la Organización para la Cooperación Económica y el Desarrollo (OCDE) (pisa-2012-results-overview, 2012) y para Educación Básica en matemáticas y ciencias denominada Prueba Timss, Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias de la Asociación Internacional para la Evaluación del Logro Educativo (IEA) (Informe_Resultados_TIMSS_2011_Chile, 2011). El valor de la media nacional de rendimiento esta por debajo del mínimo considerado aceptable (nivel OCDE). Estos valores están referidos a conductas susceptibles de medición tales

como repetir, transferir, criticar o crear aplicando elementos básicos de lenguaje, lectura, algebra, aritmética elemental (Araya, 2000), geometría, física, química, etc. También, pero a nivel nacional, diversos centros de educación superior aplicaron la Prueba Nacional Inicia (Resultados_Evaluación_Inicia, 2013) una prueba de aprendizajes específicos a sus estudiantes del área de pedagogía con resultados insatisfactorios en su gran mayoría. (Evaluaciones de aprendizaje, de características semejantes, tendrían que aplicarse en Ingeniería, Derecho, Medicina, etc.). Es decir, lo que debiera ser la confirmación obvia de idoneidad de elementos y procesos para caracterizar y definir calidad (Álvarez, 1997) para el aprendizaje en relación con el rendimiento y logro de objetivos del alumno, tanto en educación básica como secundaria y superior, no se produce, ¿Cuáles son las razones de que ocurra esto?.

Este estudio es una primera aproximación hacia la comprensión de aquellas variables cuantificables que pueden propiciar o obstaculizar el rendimiento de los estudiantes y por lo mismo el logro de aprendizajes significativos.

Desde una perspectiva histórica, la humanidad construye, para sus diversas actividades, un “mundo” según cierto nivel de expectativas y de predictibilidad predefinidas, generándose un verdadero “mar de homogeneidad” (Capra, 1982), reducción lineal de la vida y acciones de las personas que es muy propicio y funcional a la economía y a su definición de calidad (Chomsky, 2012; Stiglitz, 2012). Pero aplicarlo en enseñanza es valido en un dominio bastante restringido, pues no es verdadero que mas infraestructura de edificios, o llenar de computadores un aula, mas tecnologías de información y comunicación (Balanzkat et al., 2006; Marquès, 2013), más acceso a Internet (Carr, 2011), etc, provocaran, en directa proporcionalidad, mayores aprendizajes significativos (Rodríguez, 2010) pues estos dependen de las formas en que se relacionan

las personas (Losada y Heaphy, 2004). Esta dependencia es lo que hace que los sistemas educativos sean de alta complejidad (Grün et al., 2003; Laughlin, 2007) ya que determina que las variables fundamentales que los caracterizan, sobre todo en el aprendizaje, están interrelacionadas entre sí, lo que es la base de todo sistema humano real. Esta característica constituye la esencia del enfoque de este trabajo que se centraliza en los procesos de interacción a nivel de alumnos al interior de la sala de clases, ya que es allí donde se realiza, a través de las diversas interacciones entre personas, uno de los pilares del proceso de aprendizaje, y de logros de metas del mismo, y que es la conectividad.

Marco conceptual

Se realiza seguimiento en aula a conductas específicas desplegadas por alumnos, constituidos en equipos, que se encuentran inmersos en procesos de aprendizaje en ciencias básicas, Laboratorio de Física en particular. Las variables sometidas a observación y posterior estudio, que son influenciados por la evolución de las emociones en los diferentes equipos de alumnos, también abarcan el enfoque tradicional de entrega de información desde el exterior o desde el interior de cada equipo, hasta el uso de materiales didácticos (Cabero, 2011) que potencian la indagación y la persuasión. El proceso es estudiado, cuantitativa y cualitativamente, en su relación a esta transformación de las emociones, demostrándose que es bien descrito por un modelo de dinámica no lineal (Lorenz, 1976; Pacheco, 2011; Pacheco, 2013), pues se producen relaciones de interdependencia entre las variables sensibles a condiciones iniciales (Sprott, 2006; Mock, 2013). De las graficas en el espacio de fases de las dimensiones en estudio, se desprende por campo emocional generado, el parámetro de control característico (r) ó conectividad (Losada y Heaphy, 2004; Losada y Fredrickson, 2005) demostrándose que esta relacionado con el rendimiento de los equipos

(que puede ser alto, medio o bajo) y con la calidad del proceso de aprendizaje.

Las emociones

Las emociones ejercen una influencia fundamental en los aprendizajes (Maturana, 1990; Ibáñez, 2002; Pacheco, 2013) que adquieren los alumnos y en las acciones que se emprendan para ello. Esto se desprende de lo indicado por Humberto Maturana, cuando afirma que: *(...)cuando hablamos de emociones son distintos dominios de acciones posibles en las personas y animales, y a las distintas disposiciones corporales que los constituyen y realizan. (...) no hay acción humana sin una emoción que la funde como tal y la haga posible como acto. (...) no es la razón lo que nos lleva a la acción sino la emoción*" (Maturana, 1990:20 -21).

CARACTERIZACIÓN DE CADA DIMENSIÓN QUE SE MIDE EN AULA POR EQUIPO

Se codifican las conductas susceptibles de seguimiento observacional (Gottman y Bareman, 1989; Gottman, 1994; Baumeister, 2001; Losada y Heaphy 2004; Losada y Fredrickson, 2005). En este artículo éstas están caracterizadas por: Variable Y, es fundamental en este trabajo y corresponde a las emociones, se ha dividido en: Positividad (POS.) cuando se manifiestan actos positivos como apoyo y comprensión en el equipo y Negatividad (NEG.) si se manifiesta en la forma de actos negativos tales como desaprobarción, sarcasmo o cinismo.

Variable X, se ha dividido en: Indagación (IND) que se relaciona con utilizar elementos didácticos propios de la actividad experimental y Persuasión (PER) si se emplean componentes de discusión a favor del punto de vista de alguien del equipo consiguiendo que los otros comprendan y asuman ese punto de vista.

Variable Z, es constituida por Información Externa (I.E.) la que está asociada a si la información se orienta hacia fuera o desde fuera del equipo y del aula. Información Interna (I.I.): se refiere a la(s) persona(s) que abordan los temas apelando a recursos al interior de un equipo: alumno con habilidades matemáticas, otro en física, etc.

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

La muestra estudiada es constituida por 160 alumnos (de los cuales 40 % mujeres y 60% hombres) de carreras de Ingenierías en Prevención de Riesgos e Ingeniería en Procesos Industriales del IP Inacap. Están distribuidos en cinco cursos, de los cuales uno es de control, de la asignatura de Mecánica realizándosele seguimiento observacional a las conductas involucradas en el proceso de aprendizaje. Cada curso tiene un promedio de 32 alumnos los que

se dividen, para las sesiones específicas de Laboratorio, en dos de 16 alumnos conformándose 4 equipos de trabajo con 4 alumnos cada uno, pensando en aprovechar las potencialidades del aprendizaje cooperativo y de género. La matriz de seguimiento temporal por equipo de alumnos esta dividida en intervalos de 9 minutos (criterio de optimización atencional) hasta completar la clase de 90 minutos (Pacheco, 2013). Tres personas, psicólogos o profesionales capacitados, registraban por equipo cada una de las dimensionalidades involucradas en este estudio (X, Y, Z). Como ilustración se muestra la escala de doble polaridad para la Indagación y la cartilla de seguimiento, aproximada, que controla un observador, especializado en esa variable y que permite construir la Tabla de Valores que la relaciona con la Persuasión, generándose la variable $X(t)$ ($= \text{IND.} / \text{PERS.}(t)$), y que posteriormente se grafica:

INDAGACIÓN:

Codificación	Indagación Conducta
6 interpreta	0
5 agrupa datos en tablas de valores	9
4 medir	18
3 calibrar un instrumento de medición	27
2 caracterizar variables de medición	36
1 explorar	45
0 neutro	54
-1 no explorar	63
-2 no caracterizar variables de medición	72
-3 no calibrar un instrumento de medición	81
-4 no medir	90
-5 no agrupa datos en tablas de valores	
-6 no interpreta	
total 13	

TABLA Nº 1. PRESENTA LA CONDUCTA A SEGUIR EN EL TIEMPO Y SU TAXONOMÍA DE CODIFICACIÓN.

El Gráfico Nº1, a continuación, es la representación grafica de la Tabla de Valores del comportamiento en el tiempo, t, de la variable X (definida como cociente Indagación / persuasión). El primer máximo de la curva se produce al aplicar la condición inicial a los 36 minutos:

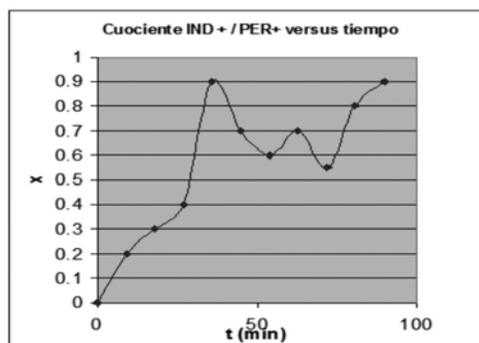


GRAFICO Nº1. CUOCIENTE INDAGACIÓN / PERSUASIÓN VERSUS EL TIEMPO.

Igual tratamiento se realiza para las variables Y y Z lo que permite, en definitiva, construir las otras Tablas de Valores y sus respectivas representaciones gráficas.

Los instrumentos de medidas han sido validados por distribución t-Student, Coeficiente de Correlación Muestral de Pearson y Coeficiente α de Cronbach (Canavos, 1988; Cronbach, 1951). Al convertir los datos en series de tiempo de Fourier (Zill, 1988), se observa la interacción entre los miembros de un equipo y se detectan procesos de mutua influencia o comportamientos entrelazados entre los integrantes del equipo. Este es el ámbito del parámetro de control, r, esencial en el aprendizaje y decisor en el proceso, de difícil seguimiento y cuantificación, y referido a conductas, dentro de los equipos de alumnos, que propician o obstaculizan el proceso conducente al logro de un objetivo educativo (Goleman, 2005; Varela *et al.*, 1997).

ACTIVACIÓN DE DINÁMICAS EMOCIONALES: CONDICIONES INICIALES CONTEXTUALIZADAS.

Al incorporar y aplicar condiciones iniciales (Zill 1988, Faires 2004), una vez percibida la homogeneidad de campo emocional inicial del curso (que puede contener conductas de estancamiento, indiferencia, etc.), se activa una nueva disposición emocional que impulsa, al equipo, hacia los objetivos propuestos. El tipo de condición inicial dependerá del nivel de complicación de un contenido, de su contextualización respecto de los objetivos que potencian valores y principios al interior del alumno y su equipo (honestidad, esfuerzo, solidaridad, etc.), del carácter de la dificultad que tenga el alumno (Beilock *et al.*, 2010), etc., lo que les da un perfil de absoluta complejidad (Schuster 1995; Spratt, 2006).

Centroide

Desde el punto de vista matemático la razón Positividad / Negatividad tiene una conexión, en el modelo que se estudia, con otras variables fundamentales, y el centroide en particular, a través de las siguientes formas funcionales:

$$g(E, r, \text{centroide}, \dots) = 0 \quad (1) \quad f(P/N, E, r, \text{constante}) = 0 \quad (2)$$

En el caso particular del modelo de Losada (Losada, 1999):

$$\begin{aligned} \text{de (1): } E &= \text{Espacio emocional} = r - 1 = \text{centroide} \\ \text{de (2): } \text{Positividad / Negatividad} &= \frac{P}{N} = \frac{E - 1}{b} = \frac{r - i_0 - 1}{b} \end{aligned}$$

En donde r : es la conectividad, i_0 : es el valor inicial de la razón Positividad / Negatividad y b es la constante de escalamiento de Lorenz (Lorenz, 1976) o exponente de Lyapunov.

Si una figura geométrica posee un centro de simetría, este punto es el centroide de la figura. El centro de simetría es el punto de una figura u objeto tal que cualquier recta que por él pasa ha de encontrar a ambos lados y a la misma distancia, puntos correspondientes.

El Grafico N°2 muestra la forma como se distribuyen las 1000 triadas ordenadas de los vectores columna discretizados y experimentales, en el tiempo, en el espacio de fase XYZ. También, aproximada, la geometría posicional del centroide (región circular).

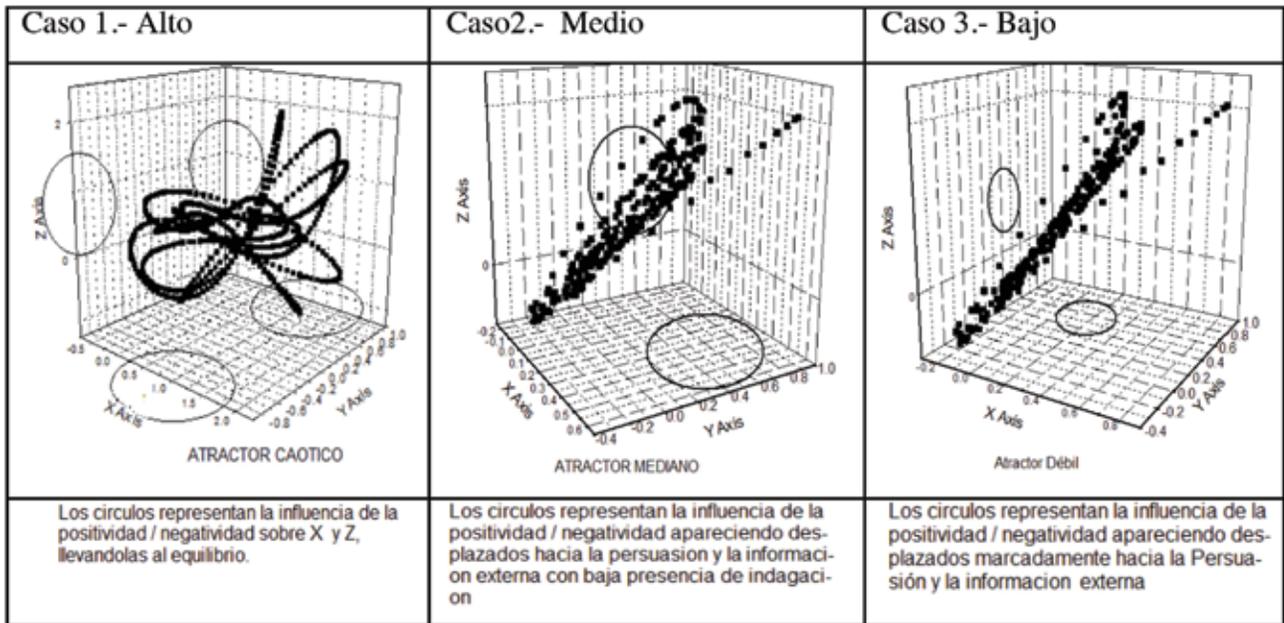


GRAFICO N°2. SE PRESENTA EL RESUMEN PARA LAS POSICIONES DEL CENTROIDE.

La distribución de puntos X, Y, Z en el espacio de fases genera las tres graficas determinándose la conectividad, r:

Atractor Caótico:

$$\frac{E}{26} = \frac{r}{13} - 1 \approx \text{posicion del centroide} = 1 \Rightarrow r = 26$$

Atractor Fijo:

$$\frac{E}{26} = \frac{r}{13} - 1 = \text{posicion del centroide} = 0.7 \Rightarrow r = 17 + 1 = 22.1$$

Atractor Débil:

$$\frac{E}{26} = \frac{r}{13} - 1 \approx \text{posicion del centroide} = 0.55 \Rightarrow r = 20.15$$

Todas son una medida directa de la relación entre el Espacio Emocional y la conectividad para cada dinámica.

Series de Tiempo de Fourier y Medias Móviles
 Al aplicar Series de tiempo y medias móviles a los datos, se obtiene para cada caso un valor promedio de convergencia del cociente Positividad/Negatividad, P/N, que es un parámetro fundamental de caracterización y clasificación de las dinámicas de trabajo:

$$\left(\left(\frac{P}{N} \right) \right) \rightarrow \begin{cases} 0.375 & \text{DÉBIL} \\ 1.95 & \text{MEDIO} \\ 5.25 & \text{CAÓTICO} \end{cases}$$

Valores que están en buena concordancia con investigaciones realizados por Gottman (Gottman, 1994) respecto de relaciones de matrimonios y de Losada (Losada y Heaphy, 2004) para el rendimiento de equipos de personas en actividades de tipo económico.

La función de correlación cruzada
 La función de correlación cruzada (Zill, 1988; Sprott, 2006) para dos funciones $h(t)$ y $p(t)$, es proporcionada por:

$$R_{hp}(\tau) = h(t) * p(-t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)p(\tau + t)dt$$

La función de correlación cruzada se puede interpretar como la medida de la coincidencia entre dos imágenes, para varias cantidades de corrimiento. Se calculan los nexos por medio de la función de correlación cruzada discretizada aplicada a todos los datos de series de tiempo que se generaron en el estudio, en cada equipo, para X, Y, Z. En el caso particular de la influencia del ambiente emocional del equipo en la Indagación y Persuasión, se obtiene comparativamente:

$$C_{XY} \rightarrow \{0.13_{DÉBIL} < 0.16_{MEDIO} < 0.44_{CAÓTICO}$$

Lo que también es una confirmación matemática de la hipótesis de trabajo: si los equipos propician en su interior ambientes emocionales positivos (alta conectividad entre los compo-

nentes del equipo) esto favorece el logro de las metas educativas.

Los máximos de los gráficos de $CXY(t)$, para cada dinámica, por el tiempo de ocurrencia del máximo da la conectividad, r , y se presenta en el Grafico N°3.

CONECTIVIDAD VERSUS RENDIMIENTO.

La conectividad se puede definir como la capacidad que muestran los miembros del equipo para expandir con sus acciones las acciones de los demás y para expandir sus propias acciones a partir de las acciones de los otros (Cacioppo y Berntson, 1999; Echeverría, 2005). Los valores de la Conectividad por el método recursivo teórico según MatLab (Nakamura, 1997) del modelo no lineal aplicado (Lorenz, 1976; Grassberger y Procaccia, 1982; Kaspar y Schuster, 1986), por cálculo del centroide, por correlación cruzada (Pacheco, 2013), valor promediado y niveles de rendimiento se resumen en la Tabla de Valores:

TABLA DE VALORES.

CONECTIVIDAD				
RENDIMIENTO	TEORICA	CENTROIDE	CORRELACION	PROMEDIO
BAJO	16.5	20.15	16	17.5
MEDIO	19.5	22.1	20	20.5
ALTO	31	26	29	28.7

y su representación grafica es dada por el Grafico N° 3:

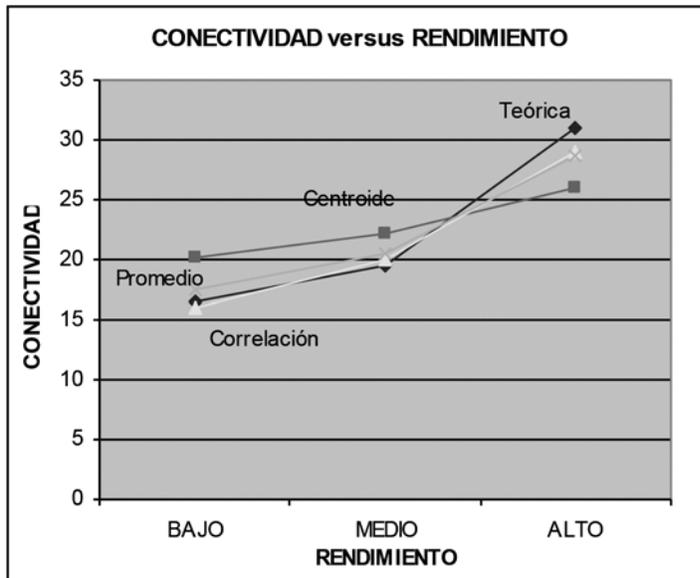


GRAFICO N°3. GRAFICO DE LA CONECTIVIDAD VERSUS NIVELES DE RENDIMIENTO ACADÉMICO, ENTENDIDO ESTO ÚLTIMO COMO APRENDIZAJES SIGNIFICATIVO.

Del seguimiento observacional (Bareman y Gottman, 1989) de las dimensionalidades del modelo surge la información cuantitativa de los formas relacionales de trabajo de los componentes de cada equipo de alumnos (Treisman, 1992).

Según la hipótesis central de este estudio, es que al estar mediatizadas por el cociente Positividad / Negatividad, la variable Y (POS / NEG = P / N) de las emociones, se comprueba cuantitativamente su influencia, a partir de las graficas en el tiempo de X (capacidades Indagativas (IND) y Persuasivas (PER) en el equipo) y Z (búsqueda de Información Interna (I.I.) y/o Información Externa (I.E.) por el equipo), en

formas no lineales sobre el rendimiento. Esto se puede visualizar, a modo de ejemplo, en el Grafico N°4, para el denominado alto rendimiento o dinámica caótica. Podemos observar en el primer grafico que la curva de la variable de las emociones Y(POS/NEG) sostiene en el tiempo de la clase lectiva, 90 minutos, a la variable X (IND/PER). El segundo grafico presenta un caso con las tres variables en el tiempo.

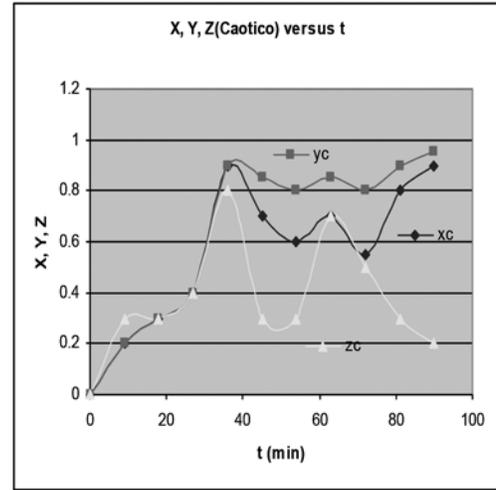
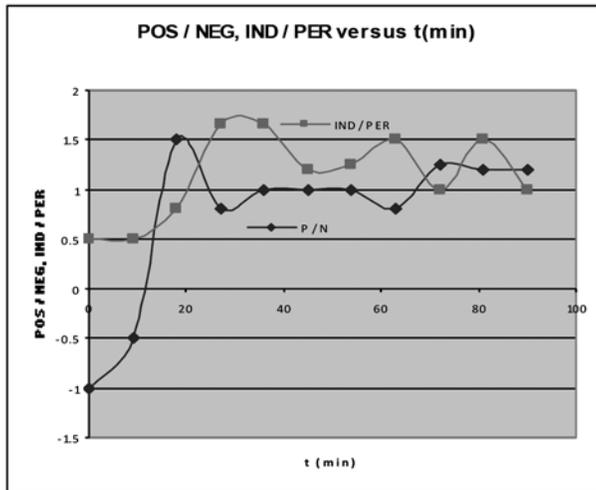


GRAFICO N°4. CASO DINÁMICA CAÓTICA. PRIMER CUADRO ES POS/NEG , IND / PER VERSUS TIEMPO EN MINUTOS. EL SEGUNDO CONTIENE LA EVOLUCIÓN DE LAS TRES DIMENSIONES DE ESTUDIO.

El Gráfico N ° 5 es el caso de bajo rendimiento para las variables Y y X versus tiempo en minutos. El primer cuadro indica que el clima emocional conflictivo al interior del equipo, variable Y (= Positividad /Negatividad (con fuerte dominio de Negatividad)), arrastra a las variables de Indagación y Persuasión alejando al equipo de aprendizajes significativos (si bien los

magros logros también se pueden interpretar como un llamado de atención al interior del equipo para cambiar la forma de relacionarse, lo que también se puede interpretar como un aprendizaje). El segundo esquema es un caso que resume la evolución en el tiempo de las tres dimensiones.

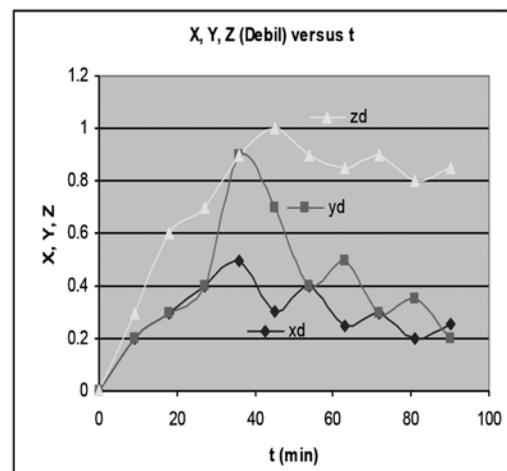
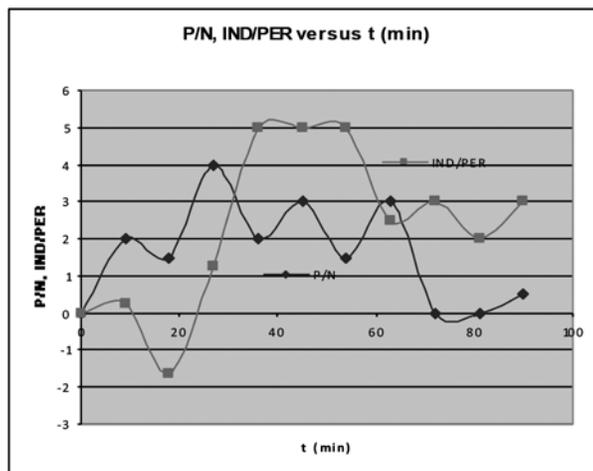


GRAFICO N°5. CASO ATRACTOR DÉBIL. PRIMER ESQUEMA ES POS/NEG , IND / PER VERSUS TIEMPO EN MINUTOS. EL SEGUNDO CONTIENE LA EVOLUCIÓN DE LAS TRES DIMENSIONES DE ESTUDIO.

RESULTADOS

En la Tabla N°2 se ve, a modo de ilustración, el logro de aprendizaje respecto de una actividad de Laboratorio de Física denominada Teoría del Error, en porcentaje por equipos sin condición inicial (curso de control) y aquellos con condición inicial contextualizada, basada en campos emocionales y ejes valóricos, para el logro de aprendizajes significativos.

Objetivo determinar la densidad de una pieza cilíndrica de acero $p = \text{densidad de tabla} = 7.83 \text{ gr / cm}^3$			
El aprendizaje es significativo en la actividad de laboratorio si el equipo logra obtener, luego de aplicar los procedimientos indicados en la Guía de laboratorio, la densidad del acero.	Procedimiento / densidad	Conectividad	Pos. / Neg.
1 Si no aplica en forma correcta los procedimientos logrando el valor de la densidad	no / no (BR)	20	0.375
2 Aplica en forma correcta los procedimientos descritos pero no obtiene el valor correcto a la densidad	si / no (MR)	22	1.95
3 Aplica en forma correcta los procedimientos descritos y obtiene el valor correcto a la densidad	si / si (AR)	26	5.25
Donde:			
BR: Bajo Rendimiento			
MR: Medio Rendimiento			
AR: Alto Rendimiento			
Pos. / Neg = Razón positividad - negatividad	0.375 Valor característico de los equipos de alumnos de rendimiento bajo		
	1.95 Valor característico de los equipos de alumnos de rendimiento medio		
	5.25 Valor característico de los equipos de alumnos de rendimiento alto		

	Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3	Equipo 4	Equipo 5	Equipo 6	Equipo 7	Equipo 8	% Equipos
Curso de Control	si / si	si / no	si / no	no / no	no / no	no / no			16.66
Curso 1	si / si	si / si	si / si	si / si	si / no	no / no			66.66
Curso 2	si / si	si / si	si / no	si / si	no / no	si / no	si / si	si / si	62.5
Curso 3	si / si	si / si	si / si	si / no	si / si	no / no	si / si		71.43
Curso 4	si / si	si / si	si / no	si / si	si / si	no / no	si / si		57.14

TABLA N°2. COMPARACIÓN RESUMEN ENTRE EQUIPOS SIN Y CON CONDICIÓN INICIAL

Se desprende de este artículo y basado en los procedimientos aplicados que, de las variables observadas, las relacionadas con las emociones - factor humano - son determinantes en la calidad del aprendizaje, lo que es una

evidencia de la limitación del análisis fundado esencialmente en el tema económico, subordinándose el logro del objetivo educativo a si estos factores humanos se presentan en los equipos de trabajo de alumnos o no. Este

antecedente cuantitativo permite definir *la calidad en el aprendizaje como: aquella en la cual la aplicación de condiciones iniciales influyen los campos emocionales, los que a través de la razón Positividad / Negatividad se interrelaciona con la Indagación / Persuasión e Información Interna / Información Externa, fomentando o restringiendo la generación, crecimiento y fortalecimiento de la conectividad inter personas de un equipo de alumnos lo que permite u obstaculiza el logro de aprendizajes significativos*. Esta definición quita prioridad a la fijación por los resultados enfatizando los procedimientos que conducen a un resultado, lo que es una de las grandes debilidades de la enseñanza.

CONCLUSIONES

Consecuente con el enfoque propuesto por este estudio se sigue:

- Mejor comprensión de la calidad en su relación con los aprendizajes significativos pues aparece ligada al cociente Positividad / Negatividad y, según lo señalan las series de tiempo, los valores de convergencia están en números bien definidos (0.375 (débil), 1.95 (medio), 5.25 (caótico)) indicando cual es el factor dominante de la fracción.

- La conectividad, r , por otro lado, nos señala el número de nexos entre alumnos para cada equipo y que es determinante en el resultado de las metas educativas, haciéndose explícito a través de una cantidad cuantificable:

18 (atractor débil, equipo de alta inestabilidad y que tendera a la disolución)

21 (atractor medio, equipo inmerso en una estabilidad emocional frágil incapaz de soportar grandes presiones lo que impide el logro de las metas propuestas)

31 (atractor caótico, el equipo esta bajo el

dominio de atractor caótico que propicia ambientes emocionales para el logro de los objetivos propuestos)

- La funcionalidad emocional humana en procesos de aprendizaje se puede explicar, aplicando técnicas matemáticas a los datos medidos, por medio de valores numéricos y discretos. Así la calidad solo se entiende en proporcionalidad directa a estas formas numéricas y que se asocian a los vínculos relacionales emocionales y su transformación entre los componentes de un equipo.

- Introduce el concepto de condición inicial, al trabajo de aula, asociándolo a metodologías educativas susceptibles de discriminación (Laboratorios, Software, Videos, TIC (Marquès, 2013), etc.).

- El estudiante logra aprendizajes significativos y evolución de sus campos emocionales esencial para que se produzca descubrimiento, que es el que da el carácter perdurable al conocimiento adquirido.

- Con la conectividad se puede construir un dominio de validez para la calidad del proceso de aprendizaje lo que incide directamente en la percepción, inserción y continuidad de los alumnos en sus aprendizajes y la valoración que hacen del mismo. Este aspecto es relevante en este estudio desde el punto de vista de evitar la deserción o abandono definitivo de las diversas profesiones que estudian los jóvenes (Pacheco, 2013).

REFERENCIAS

- [1] **ÁLVAREZ-TOSTADO, C** (1997). Calidad de la Educación. Entre el eslogan y la utopía. Buenos Aires: Magisterio del Río de la Plata. ARAYA, R (2000). *Inteligencia Matemática*. Santiago de Chile: Universitaria.
- [2] **BALANZKAT, A., BLAMIRE, R. y KEFALA, S** (2006), *The ICT Impact Report: A Review of studies of ICT Impact on Schools in Europe*, <http://insight.eun.org/ww/en/pub/insight/misc/specialreports/impact_study.htm> [Consulta: Nov. 2012]
- [3] **BAREMAN, R. y GOTTMAN, J.M.** (1989). *Observación de la Interacción: introducción al análisis secuencial*. Madrid: Morata.
- [4] **BAUMEISTER, R., BRATSLAVSKY, E., FINKE-NAUER, C., VOHS, K.** (2001). "Bad is stronger than good". *Review of General Psychology*, vol. 5, no 4, 323-370.
- [5] **BEILock, S.L, GUNDERSON, E.A., E.A. RAMIREZ, G.&LEVINE, S.C.**(2010). "Female teachers' math anxiety impacts girls' math achievement". *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 107 (5), 1860 – 1863.
- [6] **CABERO, J.** (2001). *Tecnología Educativa, Diseño y Utilización de Medios para la Enseñanza*. Madrid: Paidós
- [7] **CANAVOS, G.C.** (1988), *Probabilidad y estadística*, Mexico D.F.: McGraw-Hill.
- [8] **CARR, N.** (2011). *¿Que esta haciendo Internet con nuestras mentes?. Superficiales*. Mexico: D.F. Taurus.
- [9] **CAPRA, F.** (1982). *El punto Crucial*. Buenos Aires: Estaciones.
- [10] **CACIOPPO, J. T. y BERNTSON, G. G.** (1999). "The affect system: Architecture and operating characteristics". *Current Directions in Psychological Science*, 8, 133- 137.
- [11] **CHOMSKY, N.** (2012). *Cómo funciona el mundo. Conversaciones con David Barsamian*. Buenos Aires: Katz Editores.
- [12] **CRONBACH, L. J.** (1951), Coefficient alpha and the internal structure of tests. *Psychometrika* 16 (3): pp. 297-334
- [13] **ECHEVERRÍA, R.**(2005). *Ontología del Lenguaje*. Santiago de Chile: Lom.
- [14] **FAIRES, J. D. y BURDEN, R.**(2004). *Métodos Numéricos*. Madrid: Thomson.
- [15] **GOLEMAN, D.** (2005). *La Inteligencia Emocional*. Barcelona: Kairos.
- [16] **GOTTMAN, J.** (1994). *What predicts divorce?. The relationship between marital processes and marital outcomes*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- [17] **GRASSBERGER, P. y PROCACCIA, I.** (1982). "Characterization of Strange Attractors". *Physical Review Letters*, 50, 346–349.
- [18] **GRÜN, E. y DEL CAÑO, E.** (2003). *Ensayos sobre Sistemica y Cibernética*. Buenos Aires: Dunken.
- [19] **IBAÑEZ, N.** (2002). "Las emociones en el Aula". *Estudios Pedagógicos*, nº 28, 31 - 45
- [20] **INFORME_RESULTADOS_TIMSS_2011_CHILE** (2011). Informe_Resultados_TIMSS_2011, <[http://www.mineduc.cl/.../201301151653440.Informe_Resultados_TIMSS_2011_Chile_\(10-01-13\).pdf](http://www.mineduc.cl/.../201301151653440.Informe_Resultados_TIMSS_2011_Chile_(10-01-13).pdf)> [consulta: Dic. : 2013]

- [21] KASPAR, F. y SCHUSTER, H.G (1986). “Easily calculable measure for the complexity of spatiotemporal patterns”. *Physical. Review A*, 36, 842 – 848.
- [22] LAUGHLIN, R. B. (2007), *Un universo diferente. La reinención de la física en la edad de la emergencia*. Buenos Aires: Katz.
- [23] LOSADA, M y FREDRICKSON.L. (2005). “Positive Affect and Complex Dynamics of Human Flourishing”. *American Psychologist*, 60, Issue 7, 678-86.
- [24] LOSADA, M y HEAPHY, E(2004). “The role of positivity and connectivity in the Performance of Business Teams”. *American Behavioral Scientist*, 47, nº 6, 740 – 765.
- [25] LOSADA, M.(999). “The complex dynamics of high performance teams”. *Mathematical and Computer Modelling*, 30, Issue 9-10, 179 – 192.
- [26] LORENZ, E. (1976). “Deterministic nonperiodic flow”. *Journal of Atmospheric Sciences*, 20:69.
- [27] MARQUÈS, Pere (2013). Por qué no mejoran las notas de los alumnos con las TIC?, <<http://peremarques.blogspot.com/>> [Ag. 2013]
- [28] MATURANA, H. (1990). *Emociones y Lenguaje en Educación y Política*. Santiago de Chile: Dolmen.
- [29] MINISTERIO DE EDUCACION, CULTURA Y DEPORTE DE ESPAÑA (2002). Ley Orgánica 10/2002, de Calidad de la Educación. Madrid: Secretaria General Técnica. Subdirección General de Información y Publicaciones.
- [30] MOCK, T.(9 Sep. 2013). “Climate Change Hill upset vital ocean chemical cycles”. *Journal Nature Climate Change*. University of East Anglia press release 64 / 13.
- [31] NAKAMURA, S.(1997).*Análisis Numérico y Visualización Grafica con Matlab*. México D.F.: Pearson.
- [32] PACHECO, P, VILLAGRAN, S, QUIROZ, E. (2013). “Dinámica no lineal y rendimiento académico: verificación experimental e interpretación”, *Revista Internacional de Educación y Aprendizaje*, Vol 1, nº1, 49 – 73
- [33] PACHECO, P., VILLAGRAN, S., GUZMAN, C., MUÑOZ, I., QUIROZ, E., VASQUEZ, L., DONOSO, R. (2011). Modelo de Dinámica de sistemas complejos para analizar las emociones, las formas relacionales y los aprendizajes significativos con proposición experimental para su comprobación, <<http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/files/conferences/1/schedConfs/1/papers/2535/ submission/review/2535-6949-1-RV.pdf>> [Nov. 2012]
- [34] PISA-2012-RESULTS - OVERVIEW (2012). *pisa-2012-results-overview*, <<http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-overview.pdf>> [consulta: Dic. : 2013]
- [35] RESULTADOS_EVALUACION_INICIA (2013). *Resultados_Evaluación_Inicia*, <http://www.mineduc.cl/usuarios/mineduc/doc/201308221629100.RESULTADOS_EVALUACION_INICIA.pdf> [consulta: Dic. :2013]
- [36] RODRIGUEZ, M.L.(2010). *La teoría del aprendizaje significativo en la perspectiva de la psicología cognitiva*. Barcelona: Octaedro.
- [37] SCHUSTER, H.G. (1995). *Deterministic Chaos*. Weinheim: Wiley-VCH Verlag GMBH & Co.KGaA.
- [38] SPROTT, J.C. (2006). *Chaos and Time—Series Analysis*. New York: Oxford University Press.
- [39] STIGLITZ, J.(2012). *El precio de la desigualdad*, Madrid:Taurus.

[40] TREISMAN, U.(1992). “Studying students studying calculus: A look at the lives of minority mathematics students in collage”. *College Mathematics Journal* 23(5), 362 – 372.

[41] VARELA, F., THOMPSON, E. y ROSCH, E.(1997). *De cuerpo presente*. Barcelona: Gedisa.

[42] ZILL, D.(1988). *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones*. México D.F.: Ibero América.

Milton Rojas Gamarra

Dr. En Ciencias de la Educación Mención Interculturalidad USACH,
Mg. En Ciencia Mención Física USACH.
Académico de la Facultad de Ciencia de la UTEM
Alumno de la Maestría en Tecnología Nuclear UTEM
Investigador invitado Universidad San Antonio Abad del Cusco UNSAAC
mrojasgamarra@gmail.com

Maria Soledad Erazo.

Dra. En Ciencias de la Educación PUC.
Mg. En Ciencias de la Educación, Mención Curriculum Educacional PUC.
Académico, Doctorado En Ciencias de la Educación Mención Interculturalidad USACH,
maria.erazo@usach.cl

LA EDUCACIÓN INTERCULTURAL EN EL ÁREA DE LAS CIENCIAS

INTERCULTURAL EDUCATION IN THE AREA OF SCIENCE

RESUMEN

En éste artículo veremos que, dependiendo del contexto y en diversidad, el hacer y enseñar Ciencia debe tener una mirada Intercultural.

El objetivo final de las ciencias llamadas exactas, prácticamente, en su mayor parte, se podría decir que es el mismo. Éste objetivo sería el conocer y comprender los secretos que guarda el Universo. Pero ¿cómo llegamos a descubrirlos? y ¿Cómo aprendemos los conocimientos que ya están develados?, nosotros planteamos que ése camino debe ser intercultural.

Primero, en nuestro marco teórico, trataremos de adoptar y/o asumir una interpretación para las palabras de Conocimiento, Educación, Ciencia e Interculturalidad; porque son palabras que tienen mucho debate teórico, y si no asumimos alguna acepción para ellas, no llegaremos a ningún objetivo. Luego probaremos que la

interculturalidad debe estar presente en el momento de hacer ciencia y de enseñarla; para lo cual, nos abalaremos principalmente con los estudios de la Neurociencia, y luego con la teoría del aprendizaje significativo de Ausbel, con Piaget que da importancia al saber previo del educando, por Watson, Vigotsky, etc. todos ellos autores clásicos. Incluso daremos un ejemplo ancestral en el cuál ya se uso este conocimiento, dando buenos resultados; hablamos de la educación en tiempo de los Inkas. Éste es un claro ejemplo de que la interculturalidad debe aplicarse para la enseñanza y la realización de la Ciencia.

Palabras Clave: **Interculturalidad, Ciencia, Educación, Conocimiento, Neurociencia, Neuroeducación, Inkas, Juego, Puqllay, Puqllasunchis.**

ABSTRACT

In this article we will see that depending on the context and diversity, discovering and teaching in science, should have an Intercultural look.

The final objective of the so-called exact sciences, practically mostly, you could say it's the same. This objective would be to know and understand the secrets it holds the universe. But how do we discover? and how do we learn the knowledge that are already found?, we propose that this path should be intercultural.

In this paper, first we will try to adopt and / or assume a definition for the words of Knowledge, Education, Science and Interculturality; because they are words that have much theoretical debate, and if we do not assume some definition for them, we will not reach to any goal. Then we will prove that interculturality must be present at the time of doing science and teaching it, for which purpose, we will find support primarily with studies of neuroscience, then, with the meaningful learning theory of Ausubel, with Piaget that gives importance to the prior knowledge of the learner, by Watson, Vygotsky, etc. Even we give an ancient example, in which this knowledge has already been used with good results; we talk about education in times of the Incas. This is a clear example that interculturality should be applied to teaching and conducting science.

Keywords: Interculturality, Science, Education, knowledge, Neuroscience, Neuroeducation, Incas, Games, Puqllay, Puqllasunchis.

INTRODUCCIÓN

La educación intercultural en el área de las ciencias, en contextos de diversidad, dice relación con el hecho de que, tanto al momento de hacer ciencia o de enseñarla, deben estar presentes las cosmovisiones y saberes que conforman el mundo y la cultura de los educandos, de manera tal que, de la interacción de los saberes allí presentes, emerjan conocimientos que representan científicamente el mundo que nos rodea, no sobre la base de la dominación de unas lógicas sobre otras, sino en función de un mutuo enriquecimiento y potenciación de las formas de pensamiento y contenidos que conforman lo que llamamos ciencia.

Esta problematización ha sido planteada desde la educación por diversos autores que han adquirido relevancia teórica en las últimas décadas, en tanto han aportado distinciones, conceptos y teorías que han permitido visualizar los procesos a través de los cuales el ser humano elabora, construye y sistematiza conocimientos en general y los saberes científicos en particular. Es así que autores como Ausubel, Piaget y Vigotsky y más recientemente los estudios de la Neurociencia y en particular de la Neuroeducación, han planteado que para que exista un aprendizaje significativo y óptimo, es importante tomar en cuenta los conocimientos previos de cada educando.

Estos conocimientos previos refieren ineludiblemente a la base cultural que trae consigo el educando, la que se manifiesta tanto en las formas de pensar, sentir, actuar en el mundo. Dichos conocimientos se hacen presentes en la interacción pedagógica, condicionando las posibilidades efectivas de desarrollar pensamiento científico, en función de la capacidad de visualizar dichas estructuras previas e integrarlas en la construcción del conocimiento científico en desarrollo.

En el área de la ciencia, esta condición se plantea como particularmente relevante cuando en su desarrollo se ponen en contacto sujetos pertenecientes a culturas con reconocida tradición científica, como lo es el caso de la cultura científica en Astronomía, Física y Matemática acumulada por los pueblos andinos y la cultura científica occidental. ¿Qué relación se ha establecido históricamente entre ambos mundos culturales, en el campo de la educación en ciencia? ¿Qué valor se ha asignado a las tradiciones, formas de pensamiento y contenidos científicos subyacentes en la cultura de los niños y jóvenes pertenecientes a dichas culturas?

El presente artículo se desarrolla desde una perspectiva teórica, un tema que paulatinamente ha ido ganando su espacio en los debates acerca de qué se entiende por calidad de la educación, esta es, la Educación Intercultural. Como tal aquí se plantea la necesidad y relevancia de que los conocimientos y saberes que históricamente han sido invisibilizados por la educación deben tomarse en cuenta a la hora de enseñar y hacer ciencia, recuperando para ella el conocimiento ancestral que tienen los pueblos andinos, no sólo para los niños andinos, sino que para todas aquellas sociedades latinoamericanas que comparten una historia e identidad común.

Esta temática ha sido abordada sistemáticamente por los organismos internacionales los cuales, desde la dictación de los derechos humanos en adelante, han avanzado en la determinación de los derechos sociales, culturales y políticos de los pueblos. Así, dicha temática está presente en los Documentos: (ONU, Declaración de las Naciones Unidas sobre los derechos de los pueblos indígenas, 2007), (OIT, Convenio 169 sobre pueblos indígenas y tribales, 1989), (ONU, Oficina de alto comisionado de las Naciones Unidas para los derechos humanos, 2012), La Unión mundial para la Naturaleza (UICN, 2006); todos estos pertenecientes a la

ONU y también en constituciones de países del ámbito Tawantinsuyano, (Ecuador, 2008) (Colombia, 1999) (Perú, 1993) (Chile, 2009) (Bolivia, 2007) y en varios documentos más de otras instituciones y de particulares como (Humanos, 2006), (Flores Carlo, 2009), (López Pulles, 2012), (Paz, 2012) entre otros. En cada uno de ellos se releva la importancia de los saberes ancestrales en lo que respecta al derecho a su conocimiento, derecho a su idioma, respeto a su identidad, derecho a su educación incluso en su idioma, a la no discriminación. No obstante, ello, la explicitación de la recuperación de los saberes ancestrales en lo que respecta a ciencias como Matemática, Física y Astronómica, se mantiene aún en el campo de la investigación de la comunidad científica y como política de algunos países de la región, en tanto que su incorporación a la enseñanza se mantiene restringida a la lengua, la salud y la agricultura, en particular y con mayor presencia en países como Bolivia, Perú y Ecuador.

Tenemos otras dos instituciones que se acercan un poco más con las ideas que estamos planteando, (Fedaeaps, 2012), y (REDAGRES, 2012). En la primera institución, se habla de la incorporación de saberes ancestrales al conocimiento, esto en el plan nacional para el buen vivir (concepto sacado de la cosmovisión Inka, en quechua llamado el *allin kawsay*, o *Sumaq Kawsay* si se habla más exactamente), también afirman que “la academia es una de las instituciones más conservadoras que en este momento existe y en algunos casos, con la impronta positivista, lo primero que va a generar es una fuerte resistencia de las disciplinas científicas—estándar a la incorporación de otro tipo de saberes” (Fedaeaps, 2012). Con lo cual podemos suponer que nuestra tarea será difícil. En la segunda institución se está promoviendo el saber científico en cuanto a la agricultura y alimentación.

Así podemos encontrar más ejemplos, pero como vemos éstas incorporaciones son todavía incipientes para los conocimientos en las áreas de las ciencias exactas. Nuestra idea es incluir éstos conocimientos, pudiendo hacer que el aprendizaje de nuestros educandos promueva no sólo adquisición de conocimientos, sino que genere condiciones para el desarrollo del pensamiento científico que, a su vez, se revierta en un incremento de las capacidades científicas de nuestros países. Como así debería ocurrir según nos afirma últimamente la Neuroeducación, y antiguamente las teorías de Ausbel, Piaget, Vigotsky, Pavlov, etc.

CONOCIMIENTO, CIENCIA, EDUCACIÓN E INTERCULTURALIDAD.

Deseamos demostrar que la interculturalidad debe estar presente en la Ciencia, tanto al construirla como en el momento de enseñarla, así tendremos una ciencia intercultural y una educación intercultural de la Ciencia; por tanto debemos al menos, en un principio, entender que significan estas palabras, por separado y juntas. Las interpretaciones que tienen éstas palabras son tema de muchos debates que han dado lugar a muchos artículos y libros, nosotros debemos identificarnos con alguna de ellas o en su defecto, si consideramos que podemos quedarnos con varias, tendremos que integrarlas en una sola definición o interpretación, incluso podríamos dar algo de nuestra cosecha para así quedarnos con una versión que trataremos sea integradora, con la cual trabajaremos en todo el artículo.

Aunque el propósito de éste trabajo no es debatir estos conceptos, sino el utilizar las interpretaciones asumidas, nosotros daremos un pequeño alcance de la forma cómo llegamos a las definiciones que desde luego fueron producto de un largo debate teórico.

Comencemos hablando sobre la interculturalidad y la educación.

La interculturalidad ha estado evolucionado y ya no es solo aplicable a culturas étnicas (Hidalgo Hernández, 2005); como veremos en éste artículo, nosotros aplicaremos el concepto de Interculturalidad a ámbitos diferentes, como son el de la realización y la enseñanza de la ciencia.

Es obvio que la Interculturalidad tiene que ver con una interacción. Permítasenos, comenzar de lo básico, así como lo hace la lógica matemática, cosa que nunca se hizo en ninguno de los artículos, libros y documentos en sitios web que hablan extendidamente de Interculturalidad. Para que exista una **interacción** es necesario 5 requisitos. 1° que exista un ente emisor, 2° que exista un ente receptor, 3° que exista algo que manda en la acción, 4° que exista algo que se manda en la reacción y 5° que ese algo (también ente) llegue a su objetivo total o parcialmente, directa o indirectamente. Acción y reacción hacen una interacción. Hay muchos tipos de interacciones, en un principio, la mayoría cumplen estos requisitos; por ejemplo en Física de partículas, de las muchas interacciones que se estudian, se tiene el caso de la interacción Fuerte, en el que los entes interactuantes serían dos Quark y los entes mediadores serían los Gluones (Feynman, 2014), (Moreira, 2014), (Grosche, 1993), ejemplos similares podemos encontrar en Física Nuclear, (Krane, 1988).

En el contexto de nuestro estudio, haremos cumplir un sexto requisito, así haremos que una interacción sea **intercultural**. La 6° condición será que se realice con “respeto”, al igual que hace Enrique Dussel (Dussel, 2013), nosotros también crearemos nuestro propio campo categorial para la palabra “Respeto”. En nuestra categoría “Respeto” estarán implícitas todas aquellas condiciones que hacen que una interac-

ción sea Intercultural y obviamente dependerán del tipo de interacción y del marco de referencia del cuál es leído. Pueda que la interacción sea sin respeto según el receptor y con respeto según el emisor; para que no exista esta discordancia y se pueda afirmar que una acción ha sido con respeto o no, nosotros convenientemente asumiremos que el respeto sea leído desde el receptor, así para que exista una interacción intercultural, la acción y la reacción deberán realizarse con respeto.

Existen varios autores que además del respeto utilizan más condiciones para explicar la interculturalidad, por ejemplo validación, integración, convivencia, solidaridad, reconocimiento, valoración, que exista una comunicación comprensiva (Hidalgo Hernández, 2005), (Buendía, 1992), (Quintana, 1992), (Jordan, 1996), (Del Arco, 1998), pero creemos que solo en el “respeto” está la clave para que la interacción sea intercultural, además como dijimos, en el respeto estarán implícitas algunas condiciones más que dependen de la interacción que se estudie.

Ahora en esta misma lógica podemos asumir la **educación** como resultado beneficioso de una acción, en particular para quien recibe la acción, leído desde su propio marco de referencia. Por tanto ya podemos asumir una acepción para el término **Educación Intercultural**. Teniendo en cuenta lo discutido anteriormente, ésta lo tomaremos como una interacción intercultural que trae beneficio a corto o largo plazo para quién recibe la acción leída desde su propio marco de referencia.

Resumiendo una interacción para ser tal, necesita 5 condiciones (1° que exista un emisor, 2° que exista un receptor, 3° que exista una acción, 4° que exista una reacción, y 5° que llegue al objetivo), luego, para tener el apelido intercultural necesita una condición más (6° El respeto), y para que el resultado de ésta

interacción intercultural, sea tomado como una educación, necesitamos una condición más (7° El beneficio). Claro que podría existir el caso de una interacción en que pueda cumplirse el séptimo punto y no el sexto.

Ya tenemos nuestra acepción para Educación Intercultural, ahora nos toca hablar de la Ciencia.

Nosotros asumiremos que **Ciencia** es la suma del método científico más el conocimiento científico, es decir el método más sus resultados.

Por **Método Científico** entendemos al conjunto de técnicas, pasos al final métodos que son rigurosos, ordenados, metódicos, lógicos, objetivos, con profundidad en cuanto a los niveles de abstracción, repetibles y accesibles a personas distintas o grupos de personas distintas.

Por **Conocimiento Científico** entendemos aquel conocimiento que se llega por medio del método científico mediante la experiencia o la introspección. Pero nos preguntara, y ¿qué es el conocimiento?, para saber que entendemos por conocimiento, nos abocaremos a la sabiduría Inka.

Los Inkas tenían diferentes palabras para el resultado del aprender, Yachay, Reqsiy, Yuyay y Umachay (Emilio, 2013), (Olguín, 1532), (Diccionario de la lengua Quechua, 2012). Comencemos adoptando una definición para la palabra aprender. Aprender es el proceso de guardar información en el cerebro, y se logra afianzando las redes neuronales y creando más conexiones, en neurociencia se llama, creando surcos (OCDE, 2010), (Abarca, 2012), (Mora Teruel, 2013). El Yachay, Reqsiy, Yuyay y Umachay serían para los Inkas los grados de asimilar la información; aunque sabemos que las traducciones son muy difíciles de hacer cuando se trata de culturas, tratamos de buscar una palabra que le corresponda en

castellano a estas palabras y nos quedamos con las siguientes equivalencias Yachay = Saber, Reqsiy = Conocer, Yuyay = Entender y Umachay = Comprender. Entonces para nosotros “conocimiento” tiene que ver con el aprender con resultado mínimo conocer (Reqsiy). Por lo tanto, juntando nuestras acepciones para las palabras científico y conocer, tendremos nuestra acepción para Conocimiento Científico.

Llegar a un **conocimiento** científico significa aprender con resultado mínimo conocer, (claro que también puede darse los resultados Entender (Yuyay) y Comprender (Umachay)), y que además dicho conocimiento se llega por medio del método científico.

Las fronteras o límites, que tienen las palabras Yachay, Reqsiy, Yuyay y Umachay en el proceso de aprender son tema de otro debate, en que lo más complicado es tratar de explicar el pensamiento quechua desde una filosofía occidental en la que incluso el idioma es diferente.

EDUCACIÓN INTERCULTURAL EN EL ÁREA DE LAS CIENCIAS.

No perdamos el enfoque, nuestros *supuestos de investigación* (“Teoremas”) a probar son los siguientes:

1° En la enseñanza de la ciencia:

Si existen ambientes de diversidad entre los educandos que recibirán lecciones de ciencia, *entonces* la enseñanza de la Ciencia debe realizarse en forma Intercultural.

2° En la realización o construcción de la Ciencia:

Si existen situaciones en que se tengan dos o más miradas para un mismo tema en la investigación de la Ciencia, *entonces* estas deben tratarse en forma Intercultural.

En efecto. Para poder probar estos supuestos, como dijimos anteriormente, debemos hacer cumplir la condición “respeto” tomada como categoría.

1° La prueba del primer supuesto sale teniendo en cuenta que la categoría “respeto” en una educación intercultural de la Ciencia, para nosotros, significará:

a.- La no invisibilización de la cultura científica de ninguno de los educandos o grupo de educandos. El educador debe ser capaz de visualizar dichas estructuras.

b.- La incorporación de los saberes científicos que traen los educandos. Estos saberes están inmersos en las culturas donde han vivido los educandos. Quizás esos saberes científicos sean pocos, pero si los hay, el educador deberá ser capaz de integrarlos, para la construcción del conocimiento científico en desarrollo; es muy importante tener presente toda la cosmovisión que traen consigo los educando.

c.- La incorporación del entorno del educando, del medio Físico, es decir el nicho ecológico que es producto de evolución.

d.- Si es posible la incorporación de la Lengua (o idioma, ej. Quechua, Mapudungun, etc.) que nació justamente en este medio.

e.- El *proceso* educativo ha de estar inmerso en un ambiente de diálogo y validación de los saberes de los estudiantes, resultando una revitalización de los mundos culturales en interacción, de sus significados, conocimientos, valores, actitudes, destrezas y capacidades, etc.

Si se cumplen o no las condiciones para que exista respeto, nosotros postulamos, que debe ser leído, conscientemente, desde el marco de referencia del que recibe la educación.

Todas estas condiciones lo podemos fundamentar con autores clásicos como Ausbel, Piaget, Vigotsky, Pavlov y Watson, y últimamente por la Neuroeducación.

Ausbel en su teoría del aprendizaje significativo, nos dice que es importante tomar en cuenta los conocimientos previos de cada educando. Para lograr un aprendizaje significativo se necesitan dos condiciones, primero, que el material que se estudiará deba tener un significado en sí mismo, y segundo que el material resultante deba ser potencialmente significado para el educando. Estas dos condiciones se logran ligando mediante un puente cognitivo las ideas previas del alumno con las que se quiere impartir (Ausbel, 1968).

Piaget en su libro de Psicología de la inteligencia nos dice que se aprende lo que se descubre. Cada vez que se enseña prematuramente a un niño algo que hubiera podido descubrir solo, se le impide a este niño inventarlo y en consecuencia entenderlo completamente (Piaget, 1970:28-29). Él nos sigue diciendo que es necesario saber el nivel cognitivo de un sujeto antes de las sesiones de aprendizaje. Por tanto es en base a estos conocimientos previos que por medio del descubrimiento propio aprenderemos nuevas cosas. Es decir el educador no debe dar el conocimiento directamente, sino debe crear situaciones para que el educando, por su propia introspección, descubra el conocimiento que se desea entregar.

Por ejemplo, a un niño del ande queremos enseñarle lo lejos que esta la Luna (Mama Quilla), él primero pensara que está “allí nomas”, recordemos que cuando uno va de caminata y pregunta a los niños del ande, donde esta tal nevado o tal población, ellos contestan, está allí nomas, entonces según Piaget deberíamos crear alguna situación para que el niño, en su percepción de distancia, pueda imaginarse lo muy lejos que esta. Esto podría lograr, hacién-

doles pensar cuanto tiempo tardan para llegar a lugares que ellos conocen, y luego decirles cantos años tardaría para llegar a la Luna. Debemos hacer que ellos mismos asimilen tal distancia.

Vigotsky también nos avala nuestro planteamiento. Él da importancia en el aprendizaje a la construcción de su historia de acuerdo a su realidad.

Pavlov quien nos dice que el aprendizaje tiene que ver necesariamente con el entorno, los nuevos conocimientos aparecen por evolución o reestructuración de otras ya anteriores. A estos conocimientos Ausbel les llama Subsumidores o subsunsores. (Ausbel, 1968).

Otro escritor clásico que fundamenta nuestros enunciados, es John Broadus Watson fundador del conductismo, quien se vasa en el esquema estímulo respuesta. Para un mismo estímulo hay diferentes respuestas. Por tanto aplicado al aprendizaje de la ciencia, cada educando interpretará a su manera el estímulo que le proporcione el educador, es más en el estímulo debiera estar presente también el medio que rodea al alumno.

Por último tenemos a la Neurociencia, que sería nuestro aliado más importante para la probar nuestros enunciados.

Según el Dr. Paul D. MacLean en su libro “The triune brain in evolution” el cerebro está formado por tres partes, El Tronco cerebral y cerebelo (reptil) (encargada de la supervivencia y mantenimiento general del cuerpo), el sistema Límbico (mamífero) (encargada de procesar las emociones) y la Corteza y Neocorteza (Humano) (encargada de pensar, Analizar, resolver problemas, crear, leer, sintetizar, realizar tareas complejas en general), (MacLean, 1990). Aún cuando no se puede dar un límite físico específico a cada parte, estas

tienen funciones muy diferentes. Éstas, además funcionan interconectándose.

Teniendo en cuenta esto, podremos entender lo que nos dice el Dr. Francisco Mora, sobre el proceso que hace el cerebro para aprender. (Mientras la explicamos, pondremos entre paréntesis las condiciones que estarán siendo fundamentadas para nuestra categoría “respeto”):

Primero, al cerebro le llega información del exterior mediante los sentidos (por tanto que se cumpla c) y d) será muy importante). Segundo, según sea la información y como haya llegado al cerebro, ésta necesariamente pasará por el sistema Límbico específicamente por la amígdala cerebral en donde la información tendrá un agregado emocional. El Dr. Francisco Mora nos dice que incluso las Matemáticas necesitan de emoción para ser aprendidas. Es la emoción que hace que aprendamos más eficientemente (a, b, y e), la emoción se procesa en la amígdala cerebral, allí se estampilla lo que es gratificante o doloroso, lo que es bueno malo, etc., (si se hacen cumplir todas las condiciones para nuestra categoría “respeto”, entonces se aportará significativamente a la emoción del educando en el proceso de su aprendizaje). La amígdala está conectada a casi todas las partes del cerebro, y lleva información a la Neo-Corteza y Corteza. Por tanto, desde la amígdala cerebral, la información sensorial con el agregado emocional va a las áreas de **asociación**, que son las áreas que elaboran el conocimiento, los abstractos, las ideas, los conceptos (Mora Teruel, 2013). Sólo en ésta última parte, el educando sabrá si se siente que se ha tratado con respeto o no, si piensa que se la ha educado o no.

Todos estos autores y la neurociencia nos avalarían que, si se cumplen todos los requisitos, el educando, con mayor probabilidad, podrá decir que la interacción ha sido con respeto

y en su provecho; concretándose así en una Educación Intercultural.

2° La prueba del segundo supuesto sale de inmediato, comencemos dando ejemplos. Para el estudio del Origen del Universo, se tienen varias teorías, la del Big Bang, del Universo estacionario, del Universo Oscilatorio, la teoría del Universo Inflacionario (Institut for Astrophysic, 2014), (Hernández, 2014), entre otras más, El investigador no podrá desechar de antemano alguna teoría hasta haberlo por lo menos conocido, así podrá estar más seguro que la teoría que él sugiera, se acerca más a la realidad. Otro ejemplo ilustrativo es el caso del Modelo del Núcleo del átomo. Se tienen primero los modelos colectivos en donde está presentes el modelo de la gota líquida (modelo semiclásico), el modelo vibracional y rotacional (modelos cuánticos) y segundo los modelos de partículas independientes, en las que está el modelo del gas de Fermi (semiclásico) y el modelo de capas y de núcleo compuesto (cuánticos) (Hodgson, 1997), (Krane, 1988), (Department of Physic University of Cape Town, 2014), (Spooner, 2014), (Pasquevich, 2014). Todos estos modelos aportan a explicar una parte diferente del gráfico experimental. Todavía no existe un modelo que explique por sí mismo toda la curva experimental. Este último es un claro ejemplo de que hay casos en que todos los modelos sirven, y ayudan a explicar un mismo tema, si se hubieran descartado alguno de dichos modelos, no podrían explicarse algunas secciones del gráfico experimental. Por tanto no se debe desechar las versiones hasta por lo menos haberla conocido.

Entonces, para nuestro segundo enunciado, la categoría “respeto”, en un sentido amplio de la palabra, significara simplemente que en ciencia, a) en cuanto al camino y resultado, si hay dos versiones para un mismo tema, entonces no se deben descartar a priori ninguna de las versiones, al menos deben conocerlas antes

de descartarlas. b) En cuanto a resultados de la Investigación. Si no es posible demostrar la falsedad de la otra, no podemos decir que es falsa. c) En la Ciencia no deberían existir los dogmas, aún cuando sea la única teoría que explica algún fenómeno, ya que en el futuro podría aparecer otra mejor que lo englobe. Cada nueva teoría se acerca más a la realidad, como asintóticamente, pero no la alcanza, esto por la misma definición de lo que es la teoría. d) Que el conocimiento alternativo sea validada como aporte al desarrollo de la ciencia.

UN EJEMPLO ANCESTRAL DE EDUCACIÓN INTERCULTURAL DE LA CIENCIA

Un ejemplo en donde se encuentra que se haya cumplido todas las características para lograr una educación intercultural de las ciencias es el caso de la Cultura Inka.

Afirmamos esto por las siguientes razones:

Porque cuando se anexaban nuevos pueblos a la base del Tahuantinsuyo, se tenía la política de respetar la cultura y cosmovisión del pueblo anexado, lo que se traducía en rescatar, aprender y mejorar todo el conocimiento que tenían dichas culturas. Por eso en el Imperio Inka se siguió realizando la orfebrería y Metalurgia como fue aprendida de la cultura Mochica, Se aprendió y mejoró la arquitectura que se tenía en la Cultura Tiawuanaqo y Wary, Se aprendió y mejoró la textilería de la cultura Paracas, etc. No hay mejor prueba de esto visitar Cusco incluido sus museos. En ese sentido se cumplían las premisas a) y b).

Por otro lado, según las crónicas de los escritores tempranos que aparecieron luego de la invasión española (Betanzos, 1551), (Cabello Valboa, 1586), (Garcilaso, Los Comentarios Reales de los Incas (Primera y Segunda parte), 1609), (Morúa, 1600), (Guaman Poma de

Ayala, 1615), y los diccionarios escritos por los lexicones (Gonzales Holguin, 1552), la base de la educación en el tiempo de los Inkas fue el JUEGO, le llamaban aprender jugando, en quechua PUQLLAYSUNCHIS (infinitivo Puqlay que significa Jugar). Estos juegos no solo se realizaban en la infancia. Este método de aprendizaje está avalado por la neuroeducación, porque en el juego está necesariamente inmersa la emoción. Jugar es el disfraz con el que la naturaleza ha vestido los procesos de aprendizaje y memoria (Mora Teruel, 2013). Por tanto, la neurociencia demostrando científicamente y los Inkas demostrando en la práctica, se ha visto que jugando se aprende mejor. Al incluir el Juego como método para que se realice el aprendizaje se estarían cumpliendo las premisas c), d) y e).

CONCLUSIONES

Avalados en la Neurociencia, específicamente en la Neuroeducación, y los autores clásicos, como son Ausbel, Piaget, Vigotsky, Pavlov y Watson, probamos los siguientes enunciados: 1° Si existen ambientes de diversidad entre los educandos que recibirán lecciones de ciencia, *entonces* la enseñanza de la Ciencia debe realizarse en forma Intercultural. 2° Si existen situaciones en que se tengan dos o más miradas para un mismo tema en la investigación de la Ciencia, *entonces* estas deben tratarse en forma Intercultural.

Hemos creado un Marco categorial para la palabra “respeto”, con la cual hemos propuesto una nueva acepción para la Interculturalidad, que para efectos de éste artículo, lo hemos tomado como definición.

Respeto en el momento de enseñar ciencia, para nosotros significa: a) La no invisibilización de la cultura científica de ninguno de los educandos o grupo de educandos. b) La incorporación de los saberes científicos que traen los educandos.

c) La incorporación en el aprendizaje del entorno donde se desenvuelve el educando, del medio Físico. d) Si es posible la incorporación de la Lengua. e) El *proceso* educativo ha de estar inmerso en un ambiente de diálogo y validación de los saberes de los estudiantes, resultando una revitalización de los mundos culturales en interacción, de sus significados, conocimientos, valores, actitudes, destrezas y capacidades, etc. Se valoriza su Identidad

Respeto en el momento de hacer ciencia, para nosotros significa: a) En cuanto al camino y resultado, si hay dos versiones para un mismo tema, entonces no se deben descartar a priori ninguna de las versiones, al menos deben conocerlas antes de descartarlas. b) En cuanto a resultados de la Investigación. Si no es posible demostrar la falsedad de la otra, no podemos decir que es falsa. c) En la Ciencia no deberían existir los dogmas, aún cuando sea la única teoría que explica algún fenómeno. d) Validar la el conocimiento alternativo, como aporte a la ciencia.

Un ejemplo en que el hacer ciencia y el enseñar ciencia ha funcionado en forma Intercultural es el caso de la civilización Inka, esto gracias a la cosmovisión Inka y la incorporación del Juego en el proceso de aprendizaje.

BIBLIOGRAFÍA

[1] **Baudin, L.** (1962). *El Imperio socialista de los Inkas*. Paris: zig,zag S.A.

[2] **Betanzos, J. d.** (1551). *Suma y Narración de los Inkas*. Cusco: Universidad Nacional San Antonio Abad Del Cusco.

[3] **Bolivia, A. C.** (2007). *ASAMBLEA CONSTITUYENTE*. Recuperado el 03 de 06 de 2012, de CONSTITUCIÓN POLÍTICA DEL ESTADO: <http://www.eldeber.net/grande.pdf>

[4] **Cabello Valboa, M.** (1586). *Miscelania Antartica, Una Historia del Peru Antiguo*. Lima 1951: San Marcos.

[5] **Carrillo, F.** (1998). *GVAMAN POMA DE AYALA, NUEVA CRÓNICA Y BUEN GOBIERNO (ANTOLOGÍA)*. Lima: Horizonte.

[6] **Chile, C. P.** (2009). *CONSTITUCIÓN POLÍTICA DE LA REPÚBLICA*. Recuperado el 03 de 06 de 12, de http://www.camara.cl/camara/media/docs/constitucion_politica_2009.pdf

[7] **Colombia.** (1999). *Constitucion de Colombia*. Recuperado el 10 de 06 de 2012, de http://cms-static.colombiaaprende.edu.co/cache/binaries/articles-186370_constitucion_politica.pdf?binary_rand=1416

[8] **Cox, V.** (2002). *GVAMAN POMA DE AYALA entre los conceptos andino y europeo del tiempo*. Cusco: Centro de Estudios Regionales Andinos Bartolome de las Casas CBC.

[9] **Department of Physic, U. o.** (2014). *Nuclear Models*. Recuperado el 27 de 12 de 2014, de Department of Physic, University of Cape Town: <http://www.phy.uct.ac.za/courses/eee4101f/mrn0001.pdf>

- [10] **Dussel, E.** (12 de 2013). *Curso "16 Tesis de Economía Política". Tesis 1*. Recuperado el 26 de 12 de 2014, de <https://www.youtube.com/watch?v=wFTPmwtVw>
- [11] **Ecuador.** (2008). *Constitución Política de Ecuador*. Recuperado el 10 de 06 de 2012, de http://www.asambleanacional.gov.ec/documentos/constitucion_de_bolsillo.pdf
- [12] **Fedaeps, H. T.** (2012). *Ecuador se ha planteado un gran desafío al buscar construir un programa de ciencia, tecnología, innovación y saberes bajo los lineamientos del Plan Nacional para el Buen Vivir*. Recuperado el 16 de 09 de 2012, de <http://www.fedaeps.org/cambio-civilizador-y-buen-vivir/ciencia-tecnologia-innovacion-y>
- [13] **Feynman, R.** (2014). *The Feynman Lectures on Physics*. Recuperado el 22 de 05 de 2014, de [mainly mechanics, radiation and heat, mainly electromagnetism and matter, quantum mechanics: http://www.feynmanlectures.caltech.edu/](http://www.feynmanlectures.caltech.edu/)
- [14] **Flores Carlo, A.** (2009). *BOLIVIA: Gobierno estudia dar uso científico a remedios caseros para el dengue*. Recuperado el 04 de 06 de 2012, de http://salud-indigena.blogspot.com/2009_03_01_archive.html
- [15] **Garcilaso, d. I.** (1616). *Los comentarios Reales de Loa Incas (Segunda Parte)*. <http://www.bibliotecasvirtuales.com/biblioteca/literaturalatinoamericana/incagarcilasodelavega/ComentariosReales/index.asp>.
- [16] **Garcilaso, d. I.** (1609). *Los Comentarios Reales de los Incas (Primera parte)*. <http://www.bibliotecasvirtuales.com/biblioteca/literaturalatinoamericana/incagarcilasodelavega/ComentariosReales/index.asp>.
- [17] **Gonzales Holguin, D.** (1552). *Vocabulario De La Lengva General de todo el Perv llamada lengua QQuichua o del Inca*. Lima: Universidad de Sanmarcos.
- [18] **Grosche, C.** (1993). *An Introduction into the Feynman Path Integral*. Recuperado el 19 de 12 de 2014, de International School for Advanced Studies - Via Beirut 4 - 34014 Trieste, Miramare, Italy: <http://arxiv.org/pdf/hep-th/9302097.pdf>
- [19] **Guaman Poma de Ayala, F.** (1615). *Nueva Coronica y Buen Gobierno*. Lima: Fondo de Cultura Económica.
- [20] **Hernández, S.** (2014). *¿Cuáles son las teorías sobre el origen del universo?* Recuperado el 27 de 12 de 2014, de Big bang, universo inflacionario, universo estacionario o universo oscilatorio: <http://universo.about.com/od/Espacio/a/Cu-Ales-Son-Las-Teor-Ias-Sobre-El-Origen-Del-Universo.htm>
- [21] **Hidalgo Hernández, V.** (2005). *Cultura, multiculturalidad, interculturalidad y transculturalidad: evolución de un término*. *Ciències de l'educació*, 75-85.
- [22] **Hodgson, P.** (1997). *Introductory Nuclear Physics*. EE. UU.: Oxford Science Publication.
- [23] **Institut for Astrophysic, M. P.** (2014). *The Origin and structure of the Universe*. Recuperado el 27 de 12 de 2014, de Max Planck Institut for Astrophysic: <http://www.mpa-garching.mpg.de/~swhite/talk/excellenz.pdf>
- [24] **Krane, K.** (1988). *Introductory Nuclear Physics*. Oregon: John Wiley and Sons.
- [25] **López Pulles, R. I. (s.f.)**. *Red Científica Iberoamericana (RedCIbe), Sociedad Iberoamericana de Información Científica (SIIC)*. Recuperado el 03 de 06 de 2012, de *ecuador define sus prioridades de investigación en salud*: http://www.siicsalud.com/acise_viaje/ensiicas-pro-fundo.php?id=118636

- [26] MacLean, P. D. (1990). *The Triune Brain in Evolution: Role in Paleocerebral Functions*. EEUU. www2.fisica.unlp.edu.ar/~pasquevi/Home/Teaching/El_nucleo_y_sus_radiaciones_2011/Clase_17-2011/Clase_17.pdf
- [27] Mora Teruel, F. (2013). *Neuroeducación*. Alianza Editorial.
- [28] Moreira, M. A. (2014). *El modelo estándar de la Física de Partículas*. Recuperado el 18 de 12 de 2014, de Instituto de Física – UFRGS Porto Alegre Brasil: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/modeloestandar.pdf>
- [29] Morua, F. M. (1600). *Los Origenes de los Inkas*. Cusco: Lima 1946 Pequeños y grandes libros de Historia de Americana.
- [30] OIT. (1989). *Convenio 169 sobre pueblos indígenas y tribales, 1989*. Recuperado el 10 de 06 de 2012, de Organización Internacional del Trabajo: <http://www2.ohchr.org/spanish/law/indigenas.htm>
- [31] ONU. (10 de 12 de 2007). *Declaración de las Naciones Unidas sobre los derechos de los pueblos indígenas*. Recuperado el 10 de 06 de 2012, de <http://daccess-dds-ny.un.org/doc/UNDOC/GEN/No6/512/10/PDF/No651210.pdf?OpenElement>
- [32] ONU. (1992). *Declaración sobre los derechos de las personas pertenecientes a minorías nacionales o étnicas, religiosas y lingüísticas*. Recuperado el 10 de 06 de 2012, de <http://www2.ohchr.org/spanish/law/minorias.htm>
- [33] ONU. (2012). *Oficina de alto comisionado de las Naciones Unidas para los derechos humanos*. Recuperado el 10 de 06 de 2012, de Derecho internacional: <http://www2.ohchr.org/spanish/law/>
- [34] Pasquevich, A. F. (2014). *Modelos de Núcleos I*. Recuperado el 27 de 12 de 2014, de Departamento de Física Fac. Ciencias Exactas - Universidad Nacional de la Plata UNLP: www2.fisica.unlp.edu.ar/~pasquevi/Home/Teaching/El_nucleo_y_sus_radiaciones_2011/Clase_17-2011/Clase_17.pdf
- [35] Paz, I. N. (2012). *Primera Feria Binacional de Exposición de Venta de Llamas y Artesanía*. Recuperado el 03 de 06 de 2012, de <http://www.iniaf.gob.bo/>
- [36] Perú, G. d. (1993). *CONSTITUCIÓN POLÍTICA DEL PERÚ*. Recuperado el 03 de 06 de 2012, de <http://www.congreso.gob.pe/ntley/Imagenes/Constitu/Cons1993.pdf>
- [37] Piaget, J. (1970). *Psicología de la inteligencia*. Traducido del francés. Buenos Aires: Psique.
- [38] REDAGRES, R. i. (2012). *Red iberoamericana de agroecología para el desarrollo de sistemas agrícolas resilientes al cambio*. Recuperado el 16 de 09 de 2012, de <http://www.redagres.org/>
- [39] Spooner, N. (2014). *Nuclear Physics, Nuclear Models*. Recuperado el 27 de 12 de 2014, de the university of shyffield: <http://physics-database.group.shef.ac.uk/phy303/phy303-3.html>
- [40] UICN. (2006). *Unión Mundial para la Naturaleza*. Recuperado el 02 de 11 de 2012, de conocimientos tradicionales y el derecho consuetudinario: <http://www.rimisp.org/getdoc.php?docid=6584>

Eduardo Mera G

Departamento de Física, Laboratorio de Geofísica y Energías Sustentables, Universidad Tecnológica Metropolitana, Santiago, Chile.

Cecilia Ríos R

crios@utem.cl
Licenciada y Profesora de Estado en Física y Matemática, USACH
Magíster en Contaminación y Medio Ambiente, Universidad de Jaume I de Castellón, España
Directora de Departamento de Física, UTEM

Eugenio Miranda S.

Departamento de Física, Laboratorio de Geofísica y Energías Sustentables, Universidad Tecnológica Metropolitana, Santiago, Chile.

MODELADO NUMÉRICO DE TEMPERATURA CINÉTICA PARA LA EXPLOTACIÓN SUSTENTABLE DE SALARES DE LITIO

RESUMEN

En las explotaciones de Litio es de suma relevancia modelar la temperatura ambiental denominada también temperatura cinética (Chuvieco, 2010) (Jensen, 1996), debido a que esta permite establecer un plan de manejo para la explotación de los salares. El presente estudio se realizó en el Salar de Susques, Provincia de Jujuy, República de Argentina, el sector se contaba con estaciones de la red meteorológica de la República de Argentina y empresas mineras existentes en el área en estudio.

En los estudios de modelación de temperatura cinética se menciona la fuerte relación entre los procesos térmicos reales e ideales con respecto a presión y volumen (Bristow, K.L. y Campbell, G.S., 1984) (Ravelo, A. y R. Zanvettor, 1992) (Richardson, C.W., 1981), en la atmósfera esto se traduce en interrelaciones entre la humedad relativa, rapidez del viento, presión y radiación solar entre otros. Debido a lo ante-

rior se procedió a aplicar un procedimiento de análisis de datos que consta de cuatro etapas, en la primera etapa se modela teóricamente la variable en estudio, en una segunda etapa se estudia gráficamente las relaciones entre las formas armónicas genéricas de los datos teóricos y reales, en la tercera etapa se ajusta los datos a través de técnicas de auto regresión entre variables generadas por modelación de datos (ARIMA- Modelo Auto Regresivo Integrado de Media Móvil) y en tiempos variables de pronóstico futuro (ARMA- Modelo Auto Regresivo de Media Móvil), en su cuarta etapa se ejecuta un análisis gráfico de dispersión, contraste de series y comentario de sensibilidad (Step simplificado), obteniendo finalmente una ecuación de modelación del tipo:

$$Temp(t)(^{\circ}C) = A * Hora_de_Temp(t) + B * Temp(t-5) + C * Humedad_Relativa(t) + D * Rapidez(t) + E * Presion(t) + F * Rad(t-8)$$

La cual es particular al mes en estudio y es perfecta en su entrada de datos.

INTRODUCCIÓN

En las explotaciones de Litio es de suma relevancia modelar la temperatura ambiental denominada también temperatura cinética (Chuvieco, 2010) (Jensen, 1996), debido a que esta permite establecer un plan de manejo para la explotación de los salares, subdividiendo a estos en paños de extracción, los cuales se van rotando en el tiempo. Lo anteriormente mencionado, se realiza debido a que el periodo de concentración y mineralización en cuencas geográficas ricas en litio es breve (80 años), lo cual permite considerarlo un recurso renovable. El presente estudio se realizó en el Salar de Susques, Provincia de Jujuy, República de Argentina. En el sector se contaba con estaciones con datos incompletos de la red meteorológica de la República de Argentina y empresas mineras del área en estudio.

En los estudios de modelación de temperatura ambiental, se menciona la fuerte relación entre los procesos térmicos reales e ideales con respecto a presión y volumen (Bristow, K.L. y Campbell, G.S., 1984) (Ravelo, A. y R. Zanvetto, 1992) (Richardson, C.W., 1981), en el caso de la atmósfera la densidad es un factor diferenciador que hace nexo entre la razón de mezcla atmosférica y los volúmenes atmosféricos efectivos, lo cual en muchos casos se trata de reinterpretar a través del campo de humedades no siempre disponible, por otra parte la presión es un evaluador de la ecuación de equilibrio estático-dinámico el cual teóricamente es afectado por la radiación solar incidente en el top de la atmósfera y la superficie terrestre el cual alimenta el campo de viento debido a la diferenciación de las zonas de alta y baja densidad que se generan en la atmósfera debido a dos factores, el calentamiento superficial generado, y la dinámica de enfriamiento diferenciado que experimenta la superficie entre el día y la noche, en todo este sistema interconectado, la mejor

manera de modelar, es unificar las gráficas de las variables antes mencionadas y ver las posibles relaciones que pudieran generar sus variables, apoyadas de algunas variables no directamente relacionadas las cuales ayudarían a representar la prosecución de linealidad temporal de serie, dando lo anterior como resultado un modelo totalmente local.

Debido a lo anterior y teniendo en cuenta la existencia de una estación meteorológica de propiedad minera con series de datos de temperatura completa contra el cual contrastar los datos, se procedió a realizar el siguiente proceso, con el fin de modelar la temperatura:

1. Modelación Teórica de la Variable
2. Estudio gráfico de las relaciones entre las formas armónicas genéricas de los datos teóricos y reales
3. Ajuste de calibración primaria de datos a través de técnicas auto regresión entre variables generadas por modelación o regresión (ARIMA- Modelo Auto Regresivo Integrado de Media Móvil), en tiempos variables de pronóstico futuro (ARMA- Modelo Auto Regresivo de Media Móvil).
4. Análisis gráfico de dispersión, contraste de series y comentario de sensibilidad (Step simplificado).

PROCESAMIENTO DE DATOS

I.- Generación del Modelo Teórico:

El modelo teórico baso en el siguiente principio, debido a la pobreza extrema de datos, no se podía aplicar ningún modelo, así que se genero un modelo apoyado con un operador de Kriging del cual aplicar su cualidad de calculador de media itinerante, en donde se modifico la parametrización típica que ocupan estos sistemas , a la mostrada a continuación:

Angulo Horario Día	Hora	Temperatura (°C)
(x)	(y)	(z)

TABLA 1. MODIFICACION DE PARÁMETROS DE KRIGING

Se tiene que en este caso lo que importa del sistema es su cualidad geométrica movil de interpolación, sin importar aspectos variograficos.

Las horas ingresadas fueron para cada día del año las siguientes:

Día	Angulo Horario Día	Hora	Temperatura (°C)
n---	(x)	Medio día	Temperatura promedio
n--	(x)	Aleatorio con fluctuación 1 hora 3 horas antes de ocultarse el sol	Hora temperatura más alta
n---	(x)	1 hora antes del amanecer	Temperatura mas fría

TABLA 2. REPARÁMETROS DE LA MODIFICACIÓN DE KRIGING

Para encontrar los valores de las temperaturas máximas, mínimas y promedio esperables para un día, se generaron polinomios con los datos promedios diarios de los meses existentes en la data Vaisala, y los faltantes se completaron con datos observados en las estaciones cercanas.

Los polinomios creados fueron:

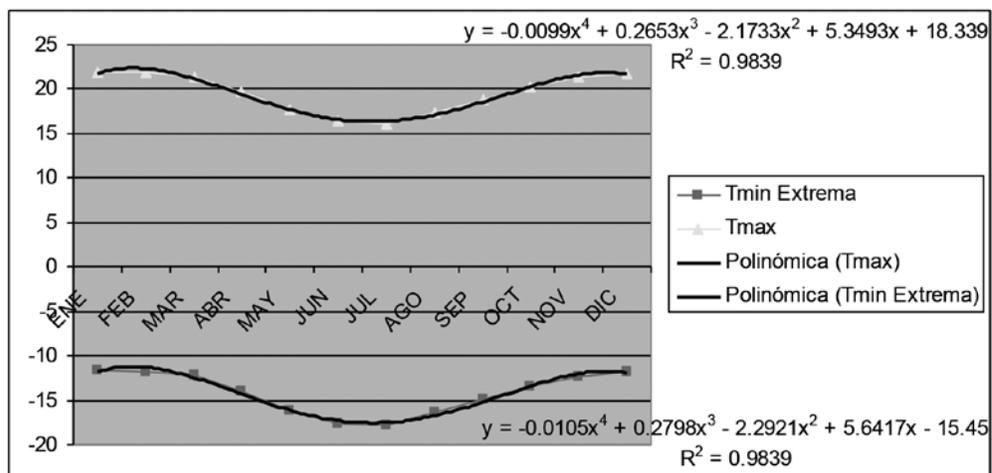


GRAFICO 1. TEMPERATURA MÁXIMAS Y MÍNIMAS ESPERADAS CON SU POLINOMIO (°C)

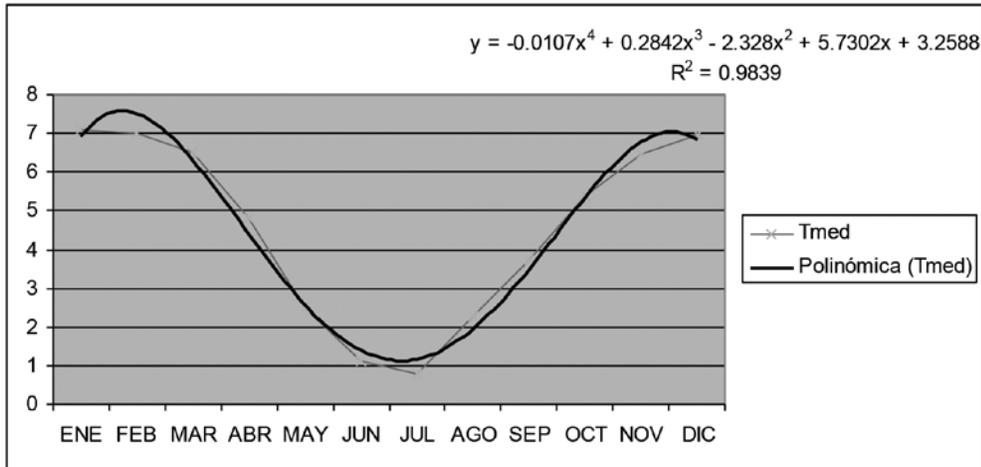


GRAFICO 2. TEMPERATURA MEDIA ESPERADA CON SU POLINOMIO (°C)

El calculo de la hora a la cual sale y se oculta el sol, se calcularon a través de la TSA, TLA y calculo del W_s (Duffin, beckman, Cooper y Iqbal), los resultados fueron:

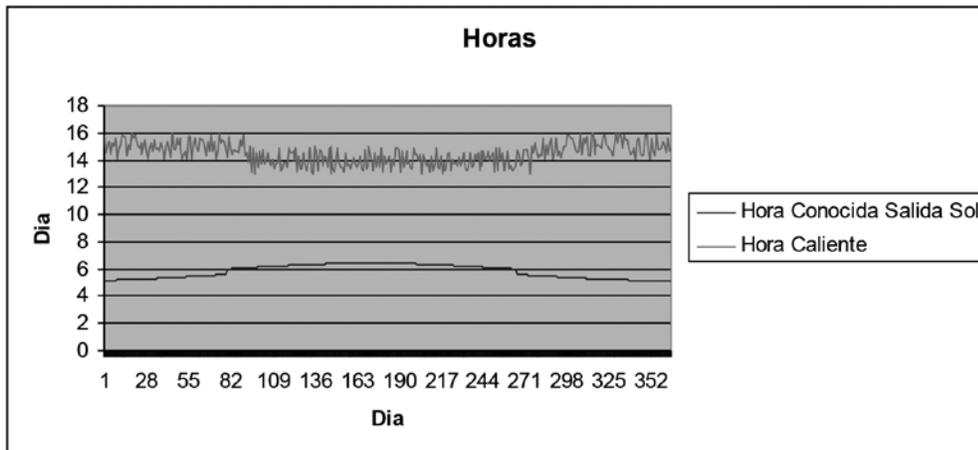


GRAFICO 3. TEMPERATURA MEDIA ESPERADA CON SU POLINOMIO (°C)

Al cargar los datos, reparametrizados en la matriz geostatística, se obtuvo el siguiente efecto en el sistema, en cada día

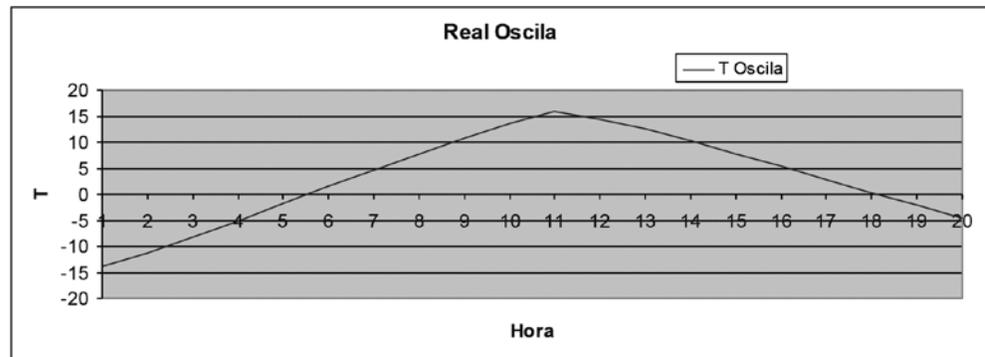


GRAFICO 4. TEMPERATURA HORARIA (°C)

Procediéndose a construir la serie anual de datos, que quedo de la siguiente forma:

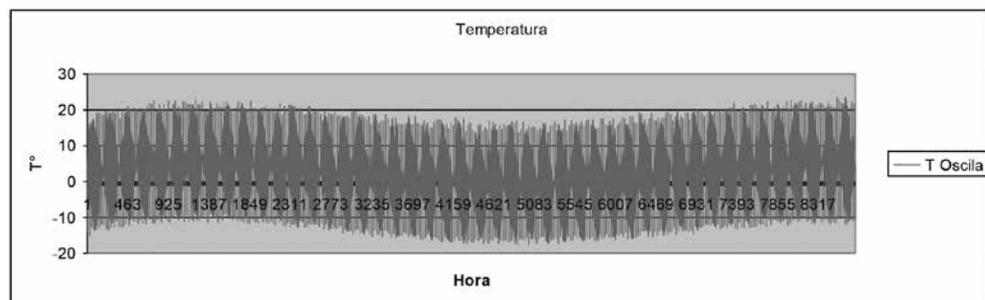


GRAFICO 5. SERIE ANUAL TEMPERATURA HORARIA (°C)

Se genero un pequeña oscilación del modelo, el cual estaba rangeado en función de la mitad del valor de desviación promedio mensual, observada en cada mes, el cual era accionado, por el modelo de nubosidad generado para el modelo de radiación:

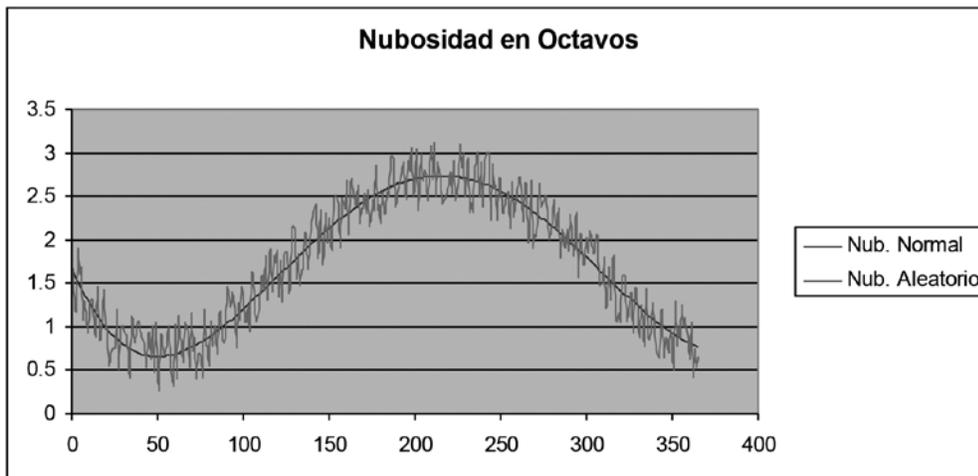


GRAFICO 6. NUBOSIDAD POLINOMINAL, CON RUIDO ALEATORIO, EVALUADA EN OCTAVOS

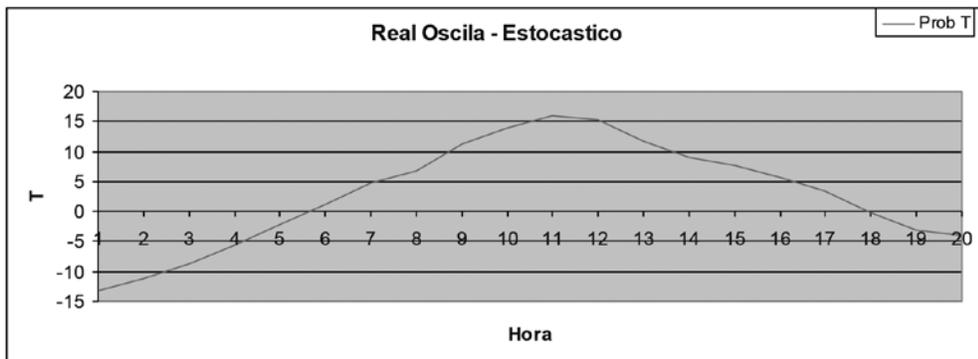


GRAFICO 7. TEMPERATURA HORARIA CON EFECTO DE NUBES (°C)

Generándose la serie anual de temperatura, que posee la media anual registrada en la zona, tiene máximos y mínimos verídicos a nivel mensual en las horas lógicas, de apareamiento

de estas temperatura (que no tiene que ser a la real donde sucede el evento), y contempla un ruido aleatorio por la entrada de frentes, al contemplar la nubosidad.

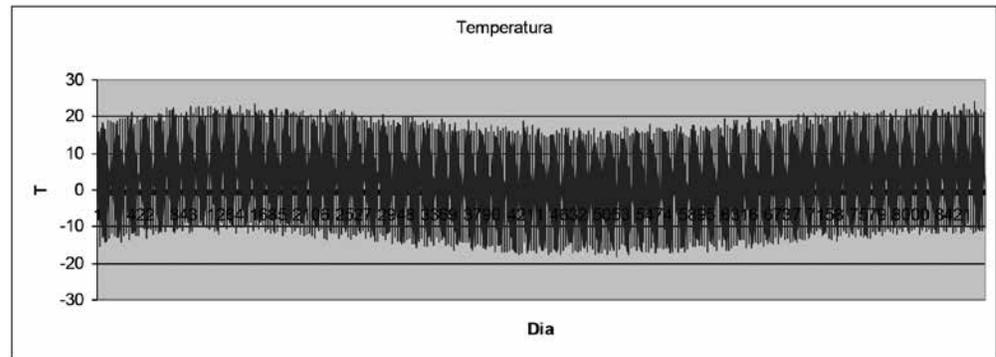


GRAFICO 7. SERIE TERMINAL DE TEMPERATURA (°C)

II.- ESTUDIO GRAFICO ENTRE LOS DATOS TEÓRICOS Y REALES

Se procedió a llevar a una escala numérica comparable las diversas variables, en estudio, como se grafica a continuación:

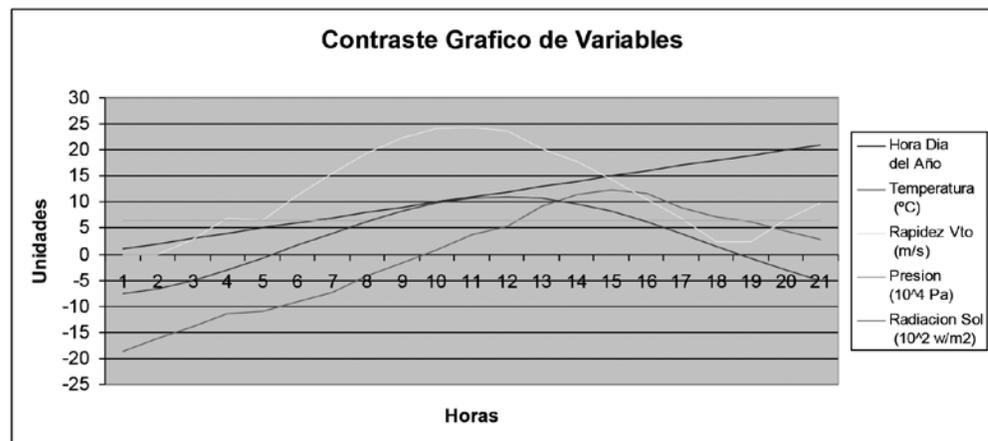


GRAFICO 8. CONTRASTE GRAFICO ENTRE VARIABLES

Posteriormente se contrasto con el dato real de temperatura:

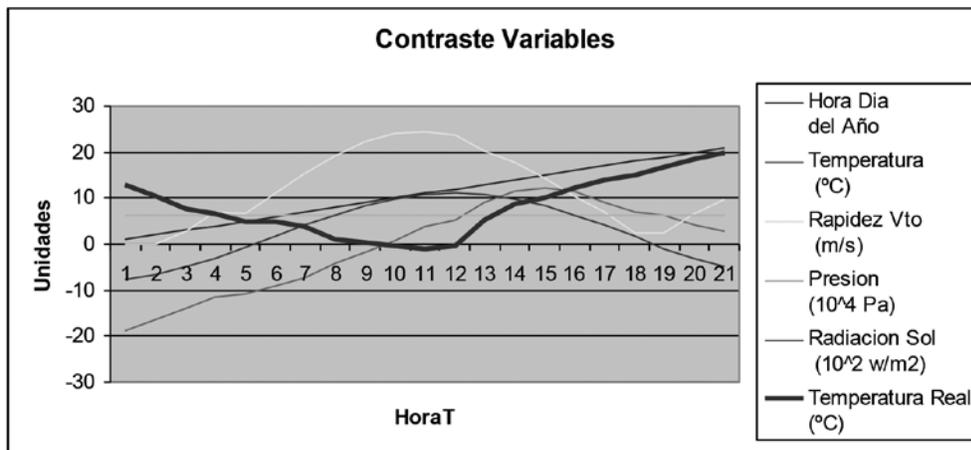


GRAFICO 9. CONTRASTE GRAFICO ENTRE VARIABLES

III. MODELACIÓN PRIMARIO. CALIBRACIÓN TEÓRICA - REAL

Los pasos fueron genéricos fueron los siguientes:

1.- Desplazamiento en n horas:

Analizando de manera general la serie de tiempo a nivel anual y diario, encontrando que con respecto a la temperatura real, para la mejor correlación:

- Peak teóricos de Radiación estaban desfasados en 8 horas,
- Peak de Teóricos de Temperatura estaban desfasados 5 horas
- El comportamiento teórico del viento están fase paralela (no debe movilizarse)
- El comportamiento teórico de la Humedad Relativa, esta en fase paralela.

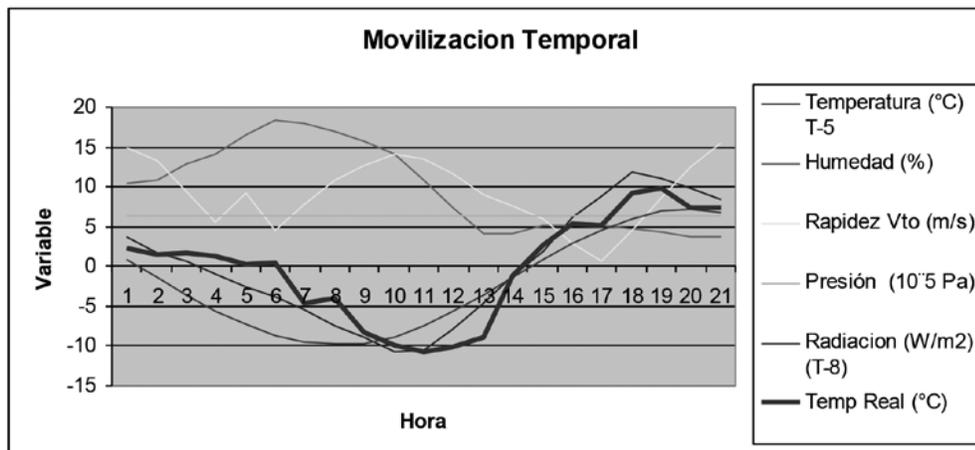


GRAFICO 10. MOVILIZACIÓN TEMPORAL DE VARIABLES

2.- Selección de Variables y Primer proceso de ajuste por mínimos cuadrados

Se procedió a realizar el proceso de regresión múltiple entre modelos y regresiones (ARIMA), con series a destiempo pasadas (ARMA), las variables seleccionadas fueron:

- Temperatura (°C) en Tiempo menos 5 horas (Para calcular la temperatura de las 8 de la tarde necesito la temperatura teórica de las 3 de la tarde),
- Radiación (W/m²) en Tiempo menos 8 horas (Para calcular la temperatura de las 8 de la tarde necesito la radiación de medio día),
- Rapidez Teórica del Viento (m/s) a la hora que se desea estimar
- Presión a la hora (hPa) que se desea estimar
- La Hora del día en el año que se desea estimar la temperatura, esta variables es artificial, totalmente arbitraria, pero ayuda a la regresión a fijar un orden de temporalidad, y al operador a estar atento que hora del año esta calculando.

Debe tenerse en cuenta que:

- El calentamiento de la cuenta es acumulativo, ya sea por radiación irradiada o emitida
- La temperatura sufre los efectos acumulativos de la radiación, ya sean irradiados o emitidos

• El viento es un factor cambiante y aleatorio de características inmediatas alimentados por la radiación y su movimiento de variación de densidad de masas

• La Presión es afectada a través de los cambios de densidad por expansión generados por la temperatura y la radiación

Para el presente modelo, se tomaron todas las variables las cuales pudieran generar un aporte a la correlación y contraste grafico entre las curvas por muy leve que fueran.

Se eligieron modelos lineales de carácter mensual por sobre los semanales para facilitar el uso, la ecuación generada fue del siguiente tipo:

TEMPERATURA MODELADA= A*HORA DEL AÑO DE INTERES (DE 1 A 8760 HORAS) + B*TEMPERATURA HACE 5 HORAS ATRAS+ C*HUMEDAD TEORICA A REGISTRARSE EN LA HORA DE INTERES+D*PRESION TEORICA A REGISTRARSE EN LA HORA DE INTERES+F*RA-DIACION REGISTRADA HACE 8 HORAS ATRÁS

Ecuación 1. Ecuación de Modelación

El proceso de optimización por mínimos cuadrados del modelo, dio como resultados las siguientes variables, en los meses con datos existentes.

	Cte	JUN	JUL	AGO	SEPT	OCT	NOV
Hora Año	A	0.00413773	0.00025033	0.00215963	0.006697476	0.00580003	0.00282979
T(-5)	B	0.23471763	0.4403851	0.16231806	0.206206599	-0.22861159	0.04009385
Humedad %	C	-0.1362265	0.05113643	-0.16624692	-0.783227088	-0.67707995	-0.76088043
Rapidez Vto	D	-0.3248843	-0.20170291	-0.33808387	-0.398465741	-0.39258286	-0.25253233
Presion	E	-0.0150393	0.00117555	-0.0060873	-0.038893135	-0.03600107	-0.00368757
Radiacion (-8)	F	0.00464459	0.00481137	0.00756811	0.000147102	0.00628821	-0.00324545

TABLA 3. CONSTANTES DEL MODELO

	Cte	DIC	ENE
Hora Año	A	0.0002867	-0.00209777
T(-5)	B	0.48446193	0.48872278
Humedad %	C	0.19494457	0.10424694
Rapidez Vto	D	-0.07240973	-0.03351976
Presion	E	0.00606856	0.0402602
Radiacion (-8)	F	0.0045229	0.00244569

TABLA 3. CONSTANTES DEL MODELO

Para los meses faltantes fueron contruidos por el sistema de proporciones (razón proporcional en función de la distancia en meses) y fenómeno equivalente (meses con condiciones climáticas símiles tienen iguales factores),

	Cte	FEB	MAR	ABR	MAY
Hora Año	A	0.00023377	0.000667546	0.00240264	0.00327018
T(-5)	B	0.29347176	0.286943526	0.26083058	0.24777411
Humedad %	C	-0.77385265	-0.703005301	-0.4196159	-0.2779212
Rapidez Vto	D	-0.13355843	-0.154816861	-0.23985058	-0.28236744
Presion	E	0.02423607	0.01987214	0.00241642	-0.00631144
Radiacion (-8)	F	-0.00067854	-8.7083E-05	0.00227875	0.00346167

TABLA 4. CONSTANTES DEL MODELO

IV. ANÁLISIS DE DISPERSIÓN, CONTRASTE DE SERIES Y STEP MODIFICADO

Tras todos los procesos, hechos sobre las series teóricas, para lograr la similaridad con los datos reales, se tiene como ejemplo el mes de Agosto, que dio los siguientes valores:

AGOSTO

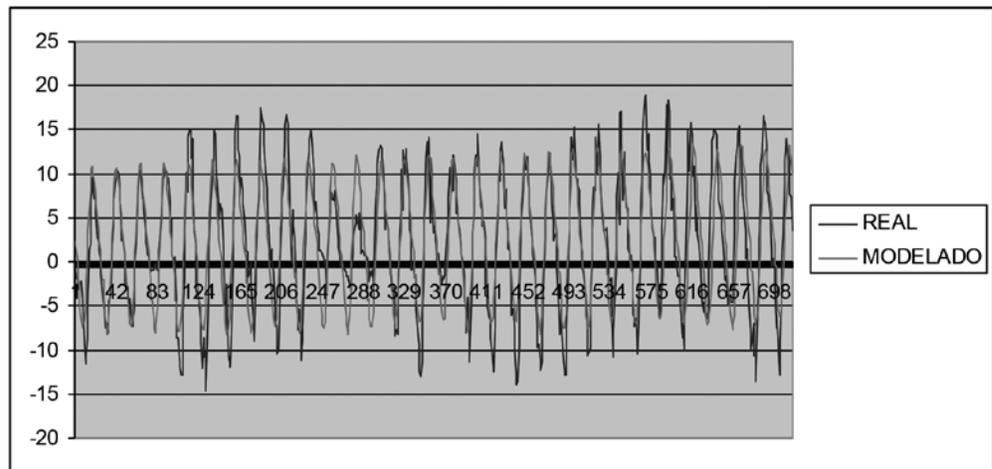


GRAFICO 11.A CONTRASTE DE SERIE

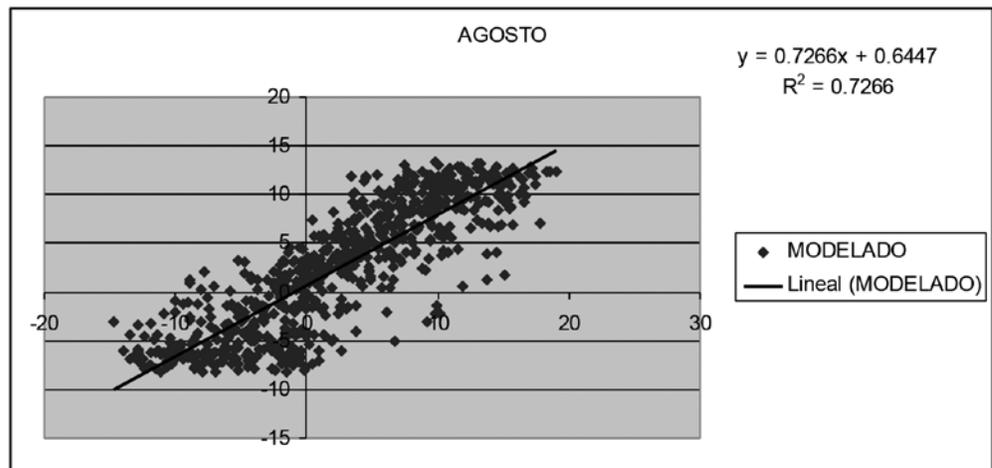


GRAFICO 11.B ANÁLISIS DE DISPERSIÓN

Se tiene lo siguiente:

- El modelo es particular
- El modelo solo sirve para área en estudio
- Las Correlaciones Observadas son:

Mes	Jun	Jul	Ago	Sept	Oct	Nov	Dic	Ene
Valor	0.65	0.64	0.72	0.77	0.86	0.87	0.90	0.76

TABLA 5. CORRELACIÓN OBSERVADA

Se tiene que realizando un pequeño análisis de Step, al generalizar los casos con el estudio del mes de agosto se obtiene lo siguiente:

Paso 1: Al eliminar de la ecuación la Temperatura (t-5), el efecto sobre el comportamiento gráfico y la correlación no son significativos.

AGOSTO

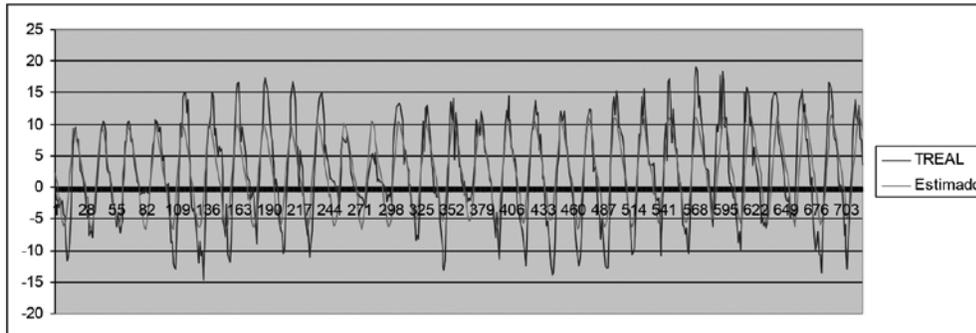


GRAFICO 12.A CONTRASTE DE SERIE

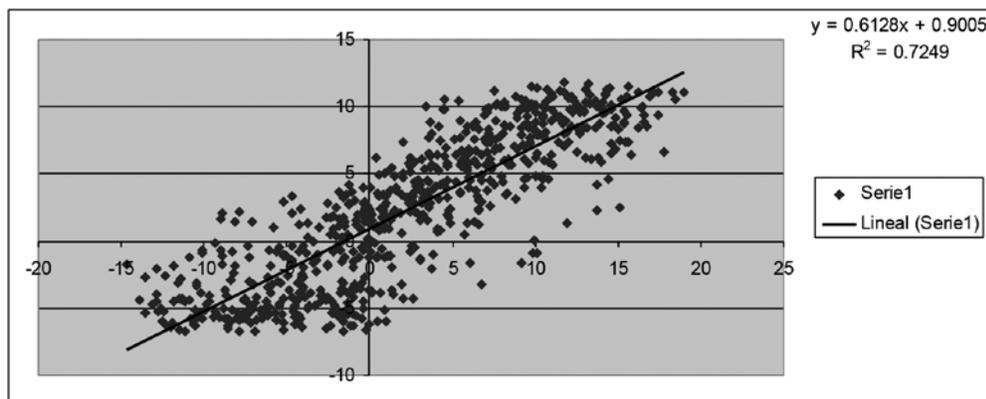


GRAFICO 12.B ANÁLISIS DE DISPERSIÓN

Paso 2: Al eliminar la Presión, se tiene un descenso significativo en el comportamiento grafico, pero no significativo en la correlación aunque aumento la dispersión.

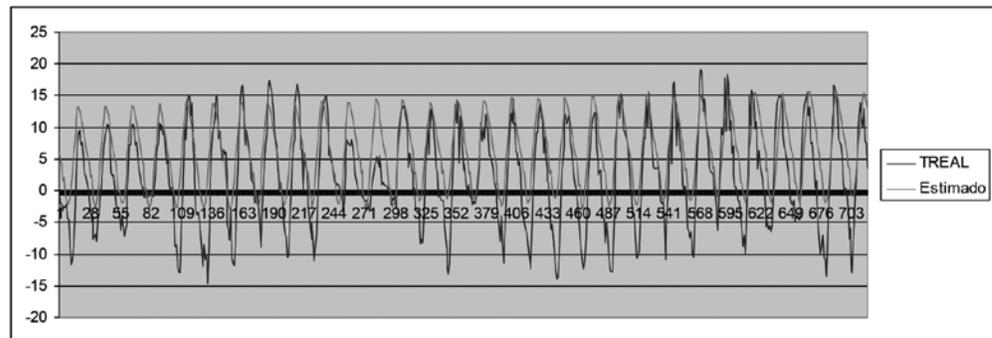


GRAFICO 13.A CONTRASTE DE SERIE

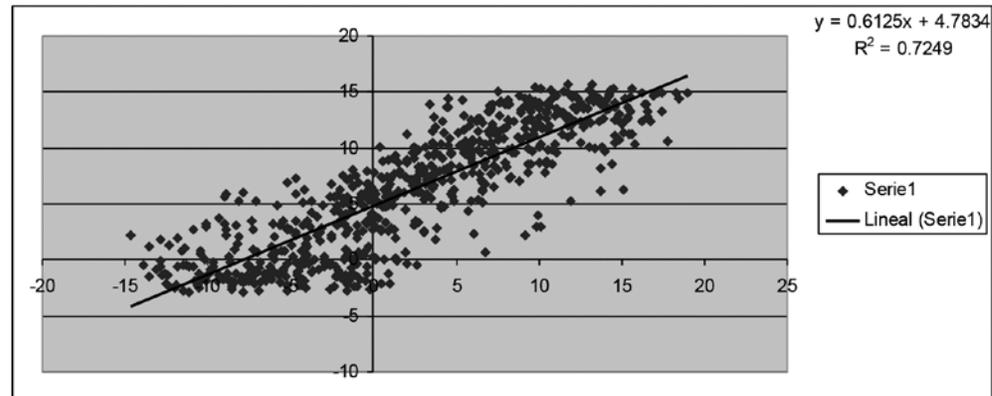


GRAFICO 13.B ANÁLISIS DE DISPERSIÓN

Paso 3: Al eliminar la hora del día, se observa un cambio drástico en la grafica por lo cual no es descartable en este caso, desde ningún aspecto la variable.

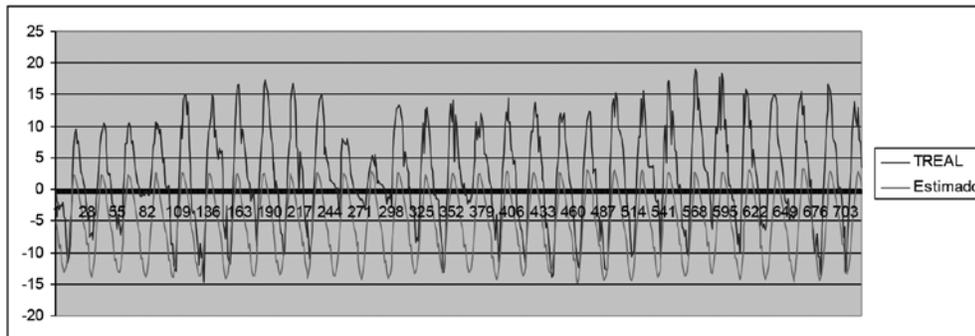


GRAFICO 14 CONTRASTE DE SERIE

Todas las otras variables son de aporte significativas al modelo, se tiene que el modelo se puede simplificar aun más, utilizando las variables de Radiación, Presión, Rapidez del Viento y Humedad Relativa, reprocesando los datos a través de mínimos cuadrados, obteniendo similares resultados, como se ve en el

grafico a continuación, pero en este caso eso no se realizo, debido a que se busco cualquier variable que aportara y diera relación de orden al modelo. El problema de lo anterior es que hay algunas variaciones de variables significativas en algunos meses, que hacen que la temperatura sea preponderante.

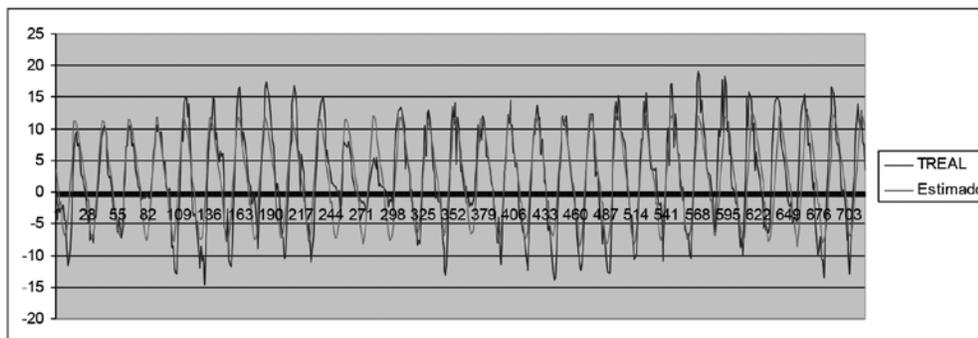


GRAFICO 15.A CONTRASTE DE SERIE

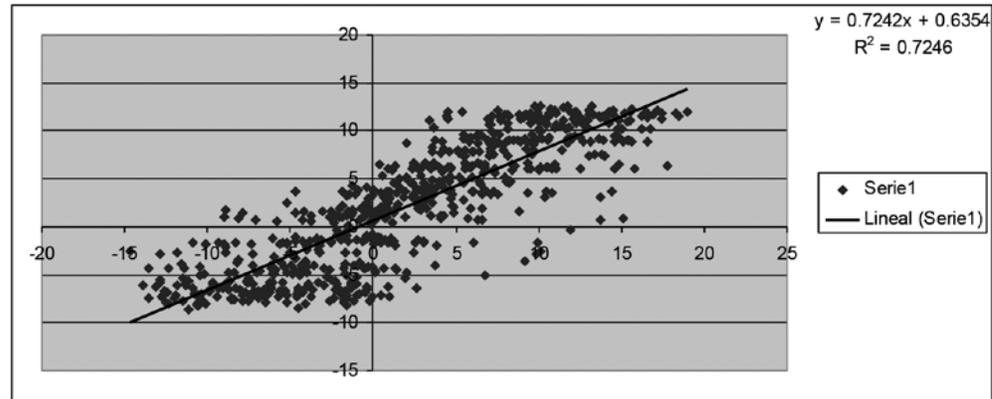


GRAFICO 15.B ANÁLISIS DE DISPERSIÓN

Constantes para el mes de Agosto:

	Cte	Agosto
Humedad %	C	-0.08942417
Rapidez Vto	D	-0.37487096
Presion	E	0.01187856
Radiacion (-8)	F	0.01001677

Quedando el modelo como

TEMPERATURA MODELADA= C*HUMEDAD TEORICA A REGISTRARSE EN LA HORA DE INTERES+D*PRESION TEORICA A REGISTRARSE EN LA HORA DE INTERES+F*RADIACION REGISTRADA HACE 8 HORAS ATRÁS

Ecuación 2. Ecuación de Modelación Simplificada

CONCLUSIONES

Se tiene El siguiente esquema de modelado de datos:

Primero: Se Generaron Datos Teóricos de Temperatura.

Se procedió a

Segundo: Los Datos Teóricos de las diversas variables fueron contrastadas gráficamente, para ver su desplazamiento, obteniendo que la radiación y temperatura teórica debían desplazarse, la primera en 8 horas y la segunda en 5 horas.

Se procedió a

Tercero: Se escogió un modelo lineal, el cual se aplicó sobre todas las variables

Teóricas que se poseen, por las razones mencionadas.

Se procedió a

Cuarto: Se aplicó el algoritmo Solve de Excel, para minimización de mínimos Cuadrados (El Solve se obtuvo minimizando entre datos obtenidos hasta el instante contra los datos reales observados), obteniendo las constantes del modelo lineal.

Con lo cual se obtuvieron los datos finales.

La ecuación de modelación es la siguiente, dependiendo del mes:

$$Temp(t)(^{\circ}C) = A * Hora_de_Temp(t) + B * Temp(t - 5) + C * Humedad_Relativa(t) + D * Rap.Vto(t) + E * Presion(t) + F * Rad(t - 8)$$

El modelo de datos puede seguir optimizándose.

Por último cabe mencionar que es necesario el continuo apoyo de un meteorólogo debido a las fuertes fluctuaciones debido a los eventos del Niño y la Niña, que se observan en la zona por el fenómeno de cambio climático.

BIBLIOGRAFÍA

[1] Bristow, K.L. y Campbell, G.S., 1984. On the relationship between incoming solar radiation and daily maximum and minimum temperature. *Agricultural and Forest.*

[2] Chuvieco, E. (2002). *Teledetección espacial: la observación de la Tierra desde el espacio.* Ed. Ariel, Barcelona, 586 pp.

[3] Jensen, J. R. (1996). *Introductory Digital Image Processing: A Remote Sensing Perspective* Ed. Prentice Hall, Upper Saddle, NJ,

[4] Ravelo, A. y R. Zanvettor, 1992. Estimación de la radiación solar diaria para modelos ecofisiológicos de rendimiento. *Agriscientia* IX(2):79- 86.

[5] Richardson, C.W., 1981. Stochastic simulation of daily precipitation, temperature, and solar radiation. *Water Resources Research* 17(1):182-190.

Miguel Montenegro Concha

Doctor en Matemáticas Universitat Jaume I

EL TEOREMA DE PITÁGORAS Y SUS EXTENSIONES

RESUMEN

Quizás el Teorema más conocido en matemáticas sea el Teorema de Pitágoras. En este trabajo analizaremos su procedencia histórica y sus extensiones para estimular el espíritu investigador de nuestros estudiantes y exponer sus alcances pedagógicos. Además, haremos uso del programa Geogebra y resaltaremos su contribución a la enseñanza de la Geometría Dinámica.

Palabras claves: Geometría Dinámica, Pitagóricos, Homotecias.

1.1. HISTORIA

Pitágoras de Samos (569 a.C. 475 a.C.) fue un filósofo y matemático griego considerado el primer matemático puro. Contribuyó de manera significativa en el avance de áreas en matemática, como la geometría y la aritmética, las relaciones numéricas que aplicó por ejemplo a la teoría de pesos y medidas, a la teoría de la música y a la astronomía. [2, historia]

Fundó la Hermandad Pitagórica, una sociedad religiosa. Se interesó también en áreas tan diversas como la medicina, la cosmología, la filosofía, la ética y la política, entre otras disciplinas. El pitagorismo formuló principios que influyeron tanto en Platón como en Aristóteles y, de manera más general, en el posterior desarrollo de la matemática y en la filosofía racional en Occidente.

No se ha conservado ningún escrito original de Pitágoras. Sus discípulos –los pitagóricos– invariablemente justificaban sus doctrinas

citando la autoridad del maestro, por lo que resulta difícil distinguir entre los hallazgos de Pitágoras y los de sus seguidores. Se le atribuye a Pitágoras la teoría de la significación funcional de los números en el mundo objetivo y en la música además de otros descubrimientos, como la inconmensurabilidad de la diagonal del cuadrado o el teorema de Pitágoras para los triángulos rectángulos.

Los datos verificables sobre la vida de Pitágoras son escasos, dado que no existen textos de su autoría ni biografías firmadas por contemporáneos.

Los primeros escritos detallados, que datan de entre 150 y 250 años después de su muerte, se basan en historias transmitidas de manera oral y muestran grandes diferencias entre sí. Asimismo, muchos mitos y leyendas se forjaron en torno a su persona, motivados probablemente por el mismo Pitágoras, pero también debido a la naturaleza de la doctrina pitagórica y sus seguidores: una confraternidad hermética, regida por símbolos místicos y costumbres esotéricas.

Sin embargo, el Teorema de Pitágoras es anterior al mismo Pitágoras, ya que se usaba para algunos casos particulares

Si se observan construcciones antiguas, hay que admitir que aquellos constructores y agricultores tuvieron que ser capaces de hacer ángulos rectos a campo traviesa. Los egipcios se servían de cuerdas y nudos para establecer las líneas-guías de construcción. Por ejemplo, al unir los extremos de una cuerda doblada dos veces formando tres lados de 12, 13 y 5 nudos respectivamente, se obtiene un triángulo recto. Los egipcios, lamentablemente, no dejaron instrucciones sobre estos procedimientos, ni mucho menos una pista sobre cómo generalizar una regla para obtener el teorema que sería redactado más tarde por Pitágoras. [3]

Por su parte, las escrituras védicas de la antigua India contienen secciones llamadas *sulvasutras* (término que significa algo así como “reglas de la cuerda”) para describir la exacta ubicación de sus altares ceremoniales. Los ángulos rectos eran obtenidos a través de cuerdas marcadas por las tríadas 3, 4, 5 y 5, 12, 13. En el caso de los pueblos precolombinos, se ha especulado que aquellos trazados en los dibujos de Nazca podrían ser de naturaleza extraterrestre, con el argumento de que no existía tecnología suficiente como para realizar tamaña empresa. Sin embargo, el método de las cuerdas ya usadas por los egipcios e indios podría explicar perfectamente la confección de los dibujos haciendo uso de la homotecia.

En las tablas de arcilla babilónicas del segundo milenio a.C. se pueden ver problemas planteados de una manera que hace suponer que en ese tiempo ya se conocían tríadas numéricas de acuerdo a la relación pitagórica.

La Pirámide de Kefrén, datada en el siglo XXVI a.C., fue la primera gran pirámide que se construyó basándose en el llamado triángulo sagrado Egipcio, de proporciones 3, 4, 5, es decir, una aplicación simple del Teorema de Pitágoras.

1.2. VÍCTIMA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

La mayor parte de los científicos de la historia, ya sean matemáticos, físicos, químicos, biólogos o de cualquier otra rama, han soñado y sueñan con realizar un descubrimiento brillante, que cambie el paradigma de la ciencia de su tiempo. Pero cuando esto ocurre la situación no suele ser del todo cómoda para la persona en cuestión. Si revisamos la Historia de la Ciencia, observamos que muchos han sido mártires de las concepciones religiosas y/o el status quo de la época. Basta nombrar a Hipatia de Alejandría, Hipatia quien murió linchada por una turba de cristianos

acusada de pagana; a Miguel Servet, arrestado en Ginebra, sometido a juicio y condenado a morir en la hoguera por orden del Consejo de la Ciudad cuando en ella predominaba la influencia Calvinista; a Giordano Bruno, religioso, filósofo, astrónomo y poeta italiano, acusado de herejía, entre cuyas ideas “heréticas” figura su consideración de un universo infinito y la existencia de otros sistemas solares aparte del nuestro. Y quizás el caso más conocido sea el de Galileo Galilei, perseguido por la Santa Inquisición.

En el caso del Teorema de Pitágoras, también existe un mártir, que en este caso padeció en manos de los propios pitagóricos: Hipaso.

La muerte de Hipaso de Metaponto. [1]

Los pitagóricos tenían la firme creencia de que todo el Universo podía ser explicado con números. Pero, ¿con qué números? Pues con números naturales, esto es, $1, 2, 3, \dots$, y con las fracciones que pueden formarse con ellos, es decir, $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \dots$. En cierto modo puede ser una creencia lícita y razonable.

Según cuenta la leyenda, Hipaso fue el “culpable” de ello. Al parecer Hipaso se planteó el problema de medir la diagonal de un cuadrado utilizando el lado como unidad de medida. Por plantear el problema de la forma más simple posible, tomemos un cuadrado de lado 1. En esta situación la pregunta que según parece se hizo Hipaso fue: ¿cuánto mide la diagonal de este cuadrado? La respuesta es Raíz de dos

Teniendo en cuenta la condición de pitagórico de Hipaso, es posible que él mismo esperara que la medida de esta diagonal pudiera expresarse como un número natural o una fracción, pero en realidad no fue así. Hipaso se dio cuenta de que esta medida no podía expresarse ni como un número natural ni como una fracción formada por números naturales. Ahora sabemos que

esta diagonal mide $\sqrt{2}$, y que es un número de los llamados irracionales.

Cuenta la leyenda que Hipaso fue el descubridor de este hecho. Lo que parece más cercano a la realidad es que el propio Hipaso comunicó este descubrimiento fuera de la comunidad pitagórica, lo que determinó su final. Según algunas fuentes, los pitagóricos lo arrojaron al mar por revelar fuera de la secta esta catástrofe pitagórica, aunque otras aseguran que lo que hicieron los pitagóricos fue organizar un simulacro de funeral, con tumba incluida, que simbolizaba que para ellos Hipaso pasaba a estar muerto. Hasta se comenta que Hipaso podría haberse suicidado (hecho que podría cuadrar con la hipótesis del funeral simulado). Sea como fuere, la raíz de la muerte de Hipaso para los pitagóricos, ya fuera simbólica o real, fue esa diagonal del cuadrado, ese número irracional, esa hecatombe pitagórica (¿cómo se iba a poder explicar el Universo con números naturales y fracciones si ni siquiera puede medirse la diagonal de un cuadrado con ellos?). La demostración de este hecho es clásico en una guía de ejercicios de Licenciatura en Matemáticas. He aquí una de ellas.

Teorema. La raíz de 2 es irracional (demostración por reducción al absurdo). La demostración comienza suponiendo que la raíz de 2 no es irracional y acabará en algo contradictorio. Si no es irracional debe ser obligatoriamente racional, es decir, debe ser igual a una fracción así:

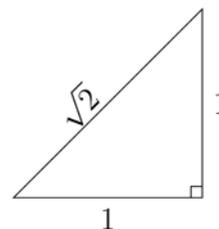


Figura 1.1: Raíz de 2.

Si

$$\sqrt{2} = \frac{p}{q}$$

Podemos suponer sin ningún problema que el máximo común divisor de p y q es 1, es decir, que no tienen factores comunes y por tanto son primos relativos. Elevamos al cuadrado y operando queda:

$$2 = \frac{p^2}{q^2}, \quad p^2 = 2q^2$$

Por tanto, p^2 debe ser múltiplo de 2, lo que implica que p también es un múltiplo de 2. Es decir, $p = 2k$ para un cierto $k \in \mathbb{Z}$. Sustituimos este valor de p en la expresión anterior y simplificamos por 2 de esa igualdad:

$$2q^2 = (2k)^2 = 4kq^2, \quad q^2 = 2k^2$$

Por lo tanto q^2 es múltiplo de 2, y en consecuencia también lo es q . Y aquí está el absurdo: habíamos supuesto que p y q no tenían factores comunes (es decir, el máximo común divisor de p y q , $\text{mcd}(p, q) = 1$) y hemos llegado a que los dos son múltiplos de 2, y por tanto su mcd debe ser al menos 2. Esa es la contradicción que buscábamos. Conclusión: raíz de 2 es irracional.

1.3. EL TEOREMA DE PITÁGORAS

En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

-Pitágoras de Samos.

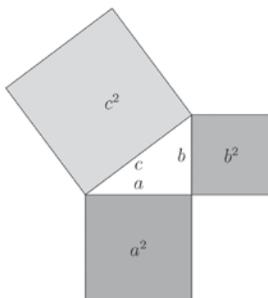


Figura 1.2: Teorema de Pitágoras.

Sobre las demostraciones del Teorema de Pitágoras, el matemático estadounidense E. S. Loomis catalogó 367 pruebas diferentes en su libro de 1927, *The Pythagorean Proposition*.

El Zhou Bi es una obra matemática de datación discutida en algunos lugares, aunque se acepta mayoritariamente que fue escrita entre el 500 y el 300 a. C. Es la más antigua demostración conocida. Se cree que Pitágoras no conoció esta obra. Cabe destacar aquí que aunque no hay registros de la demostración del Teorema por parte de Pitágoras se supone que se basó en la semejanza de triángulos y las proporciones, de tal manera que su demostración estaría restringida sólo a los triángulos con lados racionales.

Entre las demostraciones conocidas se pueden destacar la contenida en la proposición I.47 de su gran obra "Los Elementos" de Euclides, la de Leonardo Da Vinci y la de James Abram Garfield, el vigésimo presidente de los Estados Unidos. [4]

Extensiones del Teorema de Pitágoras

Aunque al Teorema de los cosenos también se conoce como Teorema General de Pitágoras para triángulos cualesquiera, no es el tipo de extensión que nos interesa en este trabajo, ya que nos abocaremos a triángulos rectángulos. En los cursos de análisis, al estudiar los Espacios Vectoriales, se define el espacio de Hilbert, de la siguiente manera.

Definición. Decimos que X es un espacio de Hilbert si es un espacio vectorial con producto interno completo.

Se define que dos elementos x e y de un espacio de Hilbert X son ortogonales si su producto interno es cero y lo denotamos por $x \perp y$.

Con esto tenemos la siguiente formulación del Teorema de Pitágoras:

Teorema de Pitágoras. Si $x \perp y$ entonces $\|x + y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2$, donde $\| \cdot \|$ representa la "norma" del vector.

La extensión que nos interesa en forma particular es la siguiente. Si el Teorema de Pitágoras nos dice que la suma del área de los cuadrados sobre los catetos es igual al área del cuadrado sobre la hipotenusa, ¿qué pasa si calculamos la suma del área de triángulos equiláteros construidos sobre los catetos? ¿Sería igual al área del triángulo equilátero construido sobre la hipotenusa?

De forma más general aun: ¿será la suma del área de los polígonos regulares construidos sobre los catetos igual al área del polígono regular construido sobre la hipotenusa? Y si lo hacemos con semicircunferencias, ¿se seguirá cumpliendo el Teorema? Y siguiendo con este razonamiento, ¿hasta dónde lo podemos extender?

Iniciaremos las respuesta a las interrogantes anteriores usando el software libre Geogebra, de gran utilidad para enseñar lo que actualmente se conoce como Geometría Dinámica y que es aplicable a varias áreas de la matemática como la Geometría Analítica y el Cálculo. [5]

En Geogebra (ver figuras 1.3 y 1.4) se construyó el programa que permite cambiar el número de lados n del polígono, mediante la definición de la barra deslizante que aparece el lado superior con la letra n . En el lado inferior izquierdo se encuentran las áreas de los polígonos y la verificación de que las sumas las áreas de los polígonos construidos sobre los catetos es igual al área del polígono construido sobre la hipotenusa. En las figuras se muestran para el caso $n = 3$ y $n = 6$.

Enunciaremos la siguiente versión del Teorema de Pitágoras:

En un triángulo rectángulo la suma de las áreas de los polígonos regulares de n lados construidos sobre los catetos es igual al área del polígono regular de n lados construido sobre la hipotenusa.

Demostración. Dado un polígono regular de n lados el área está dada por:

$$A_n = \frac{n}{2} \cdot \text{apotema} \cdot \text{base}$$

donde el apotema es la distancia del centro del polígono a la base. A su vez el apotema se puede calcular como:

$$\text{apotema} = \frac{\text{base}}{2} \cot g \left(\frac{\pi}{n} \right)$$

con lo cual el área de un polígono regular de n lados resulta:

$$A_n = \frac{n}{4} \text{base}^2 \cdot \cot g \left(\frac{\pi}{n} \right)$$

De esta manera tenemos que la suma de los polígonos de los catetos de lados a y b está dada por:

$$\frac{n}{4} a^2 \cdot \cot g \left(\frac{\pi}{n} \right) + \frac{n}{4} b^2 \cdot \cot g \left(\frac{\pi}{n} \right) = \frac{n}{4} \cot g \left(\frac{\pi}{n} \right) (a^2 + b^2) = \frac{n}{4} \cot g \left(\frac{\pi}{n} \right) c^2$$

Donde la última expresión corresponde al área del polígono de lado c , con lo que queda demostrado el Teorema.

Pero siguiendo esta línea, ¿hasta dónde podemos extender el Teorema de Pitágoras? Para ello, definiremos el concepto de homotecia.

Homotecia. Se llama homotecia de centro O y razón k ($k \neq 0$) a la transformación que hace corresponder un punto A con otro A' , colineal alineado con A y O tal que $OA' = kOA$.

Definamos por homotecia las transformaciones:

$$g : [0, c] \longrightarrow [0, a], \quad x \longrightarrow g(x) = \frac{a}{c} f \left(\frac{c}{a} x \right)$$

Y análogamente

$$h : [0, c] \rightarrow [0, b], \quad x \rightarrow h(x) = \frac{b}{c} f\left(\frac{c}{b}x\right)$$

Donde f es como la indicada en la figura 1.5. Calculemos las áreas mediante las siguientes integrales:

$$\int_0^a g(x)dx + \int_0^b h(x)dx = \int_0^a \frac{a}{c} f\left(\frac{c}{a}x\right) dx + \int_0^b \frac{b}{c} f\left(\frac{c}{b}x\right) dx$$

Haciendo el cambio de variables

$$u = \frac{c}{a}x, \quad dx = \frac{a}{c}du, \quad \text{si } x = 0 \quad u = 0; \quad \text{si } x = a, \quad u = c$$

y en la segunda integral:

$$v = \frac{c}{b}x, \quad dx = \frac{b}{c}dv, \quad \text{si } x = 0 \quad v = 0; \quad \text{si } x = b, \quad v = c$$

con lo que la bc expresión anterior resulta:

$$\frac{a}{c} \int_0^c \frac{a}{c} f(u)du + \frac{b}{c} \int_0^c \frac{b}{c} f(u)du = \frac{a^2 + b^2}{c^2} \int_0^c f(v)dv = \int_0^c f(u)du$$

Con lo que queda demostrado el teorema de Pitágoras si sus lados se construyen por homotecias.

Con esto podemos enunciar el Teorema de este modo:

Teorema. En un triángulo rectángulo la suma de las áreas del logo de la UTEM construidas sobre los catetos es igual al área del logo de la UTEM construida sobre la Hipotenusa.

El teorema sigue siendo válido debido a que la homotecia es una transformación lineal y, por lo tanto, determina que en el cálculo de áreas las relaciones entre las áreas sean cuadráticas.

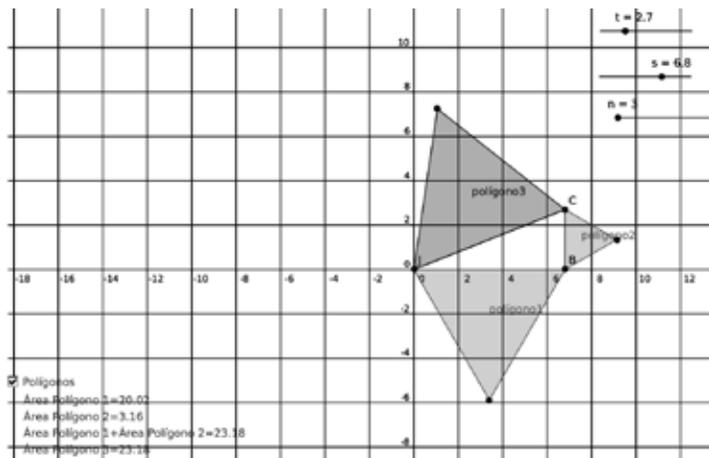


Figura 1.3: Área de los triángulos. Construcción usando Geogebra.

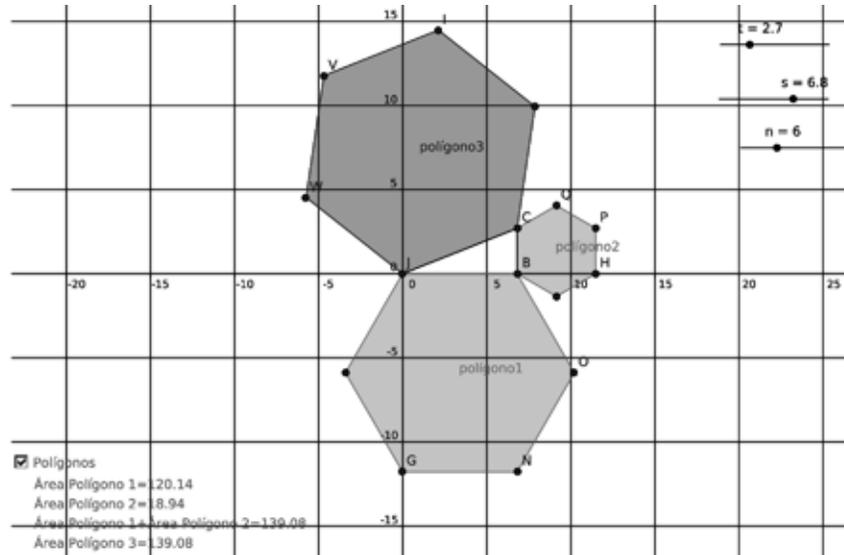


Figura 1.4: Teorema para hexágonos ($n = 6$). Construcción usando Geogebra.

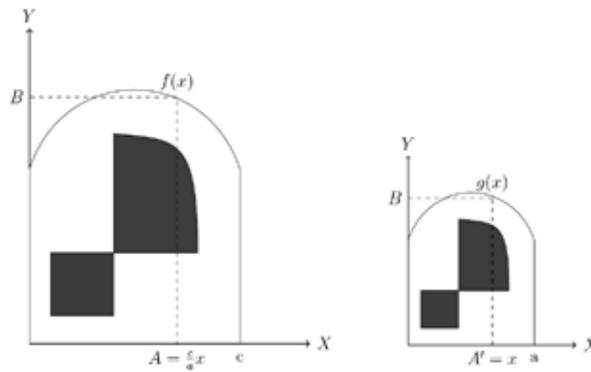


Figura 1.5: Representación de f y g para hallar las transformaciones.

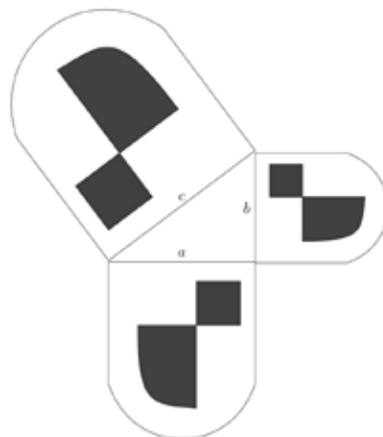


Figura 1.6: El área del logo UTEM, construido sobre los lados del triángulo rectángulo, cumple con el Teorema de Pitágoras.

BIBLIOGRAFÍA

[1] <http://www.gaussianos.com>. La raíz de la muerte de Hipaso. 2012.

[2] **Diógenes Laercio**. *Escuela Italiana. Pitágoras y los pitagóricos*. Biblioteca virtual. Miguel de Cervantes VIII, 2012.

[3] **James Newman. Sigma**. *El mundo de las Matemáticas*. Editorial Grijalbo, 1985.

[4] **Paul Strathern**. *Pitágoras y su Teorema*. Editorial Siglo XXI, 1999.

[5] www.geogebra.org.

NORMAS DE PUBLICACIÓN

OBJETIVOS

Trilogía, órgano oficial de la Universidad Tecnológica Metropolitana tiene por objetivo difundir los saberes que se generan a partir de la diversidad disciplinaria que acoge dicha Casa de Estudios, registrando contribuciones de las Ciencias exactas, Naturales, Tecnología, Ciencias Sociales, Artes y Humanidades.

ALCANCE Y POLÍTICA EDITORIAL

Los trabajos a ser considerados en Trilogía, deben ser inéditos, no publicados en otras revistas o libros. Excepcionalmente el Comité Editorial podrá aceptar artículos que no cumplan con este requisito.

• ARBITRAJE:

Los artículos recibidos serán sometidos a evaluación, a recomendación del Director de la revista, donde el Comité Editorial enviará los trabajos a árbitros independientes para su aceptación o rechazo. En este último caso, se emitirá un informe al autor/a donde se señalen las razones de la decisión. El Comité Editorial podrá solicitar trabajos a autores de reconocido prestigio, quienes no serán sometidos al proceso de evaluación por árbitros.

FORMA Y PREPARACIÓN DE MANUSCRITOS

• EXTENSIÓN:

El artículo deberá tener una extensión no mayor de 20 páginas (tipografía Times), tamaño carta, espacio 1,5, cuerpo 12, incluidos gráficos, cuadros, diagramas, notas y referencias bibliográficas.

• IDIOMAS:

Se aceptan trabajos en castellano, portugués e inglés, los cuales serán publicados en su idioma original.

• RESUMEN Y PALABRAS CLAVES:

El trabajo deberá tener un resumen en español e inglés en la primera página, de no más de 50 palabras, que sintetice sus propósitos y conclusiones más relevantes. De igual modo, deben incluirse tres palabras claves, que en lo posible no se encuentren en el título del trabajo, para efectos de indización bibliográfica.

• NOTA BIOGRÁFICA:

En la primera página, en nota al pie de página, deben consignarse una breve reseña curricular de los/as autores/as, considerando nacionalidad, título y/o grados académicos, desempeño y/o afiliación profesional actual y sus direcciones de correo electrónico, para posibles comunicaciones de los/las lectores/as con los autores/as.

• REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA:

Utilizar para las referencias bibliográficas la modalidad de (Autor, año) en el texto, evitando su utilización a pie de página. Ejemplo: (González, 2006). Agregar al final del texto, la bibliografía completa. Sólo con los/las autores/as y obras citadas, numeradas y ordenadas alfabéticamente. Para el formato de la bibliografía, utilizar la “Guía para la presentación de referencias bibliográficas de publicaciones impresas y electrónicas” disponible en formato electrónico en : <http://www.eprints.rclis.org/archive/00005163/01/ReferenciasBibliograficas.pdf>

• DERECHOS:

Los derechos sobre los trabajos publicados, serán cedidos por los/as autores/as a la revista.

• **INVESTIGADORES JÓVENES:** El Comité Editorial considerará positivamente el envío de trabajos por parte de profesionales y/o investigadores/as jóvenes, como una forma de incentivo y apoyo a quienes comienzan su carrera en investigación.

- EJEMPLARES DE CORTESÍA:

Los/as autores/as recibirán un ejemplar de cortesía del trabajo publicado.

ENVÍO DE MANUSCRITOS

Todas las colaboraciones deberán ser enviadas impresas en duplicado. Los autores/as podrán remitir sus artículos en CD, o al correo electrónico del académico que el comité editor decida que hará como editor general, en programa Word (office).

