

MODELO DE UN CONTROL APROXIMADO DE UN CUADRICÓPTERO BASADO EN EQUILIBRIO DE UN BALANCÍN

IGNACIO CORVALÁN ARAVENA
Ingeniero en Electrónica
e-mail: corvalanx@gmail.com

JUAN JOSÉ NEGRONI VERA
Doctor en Ingeniería Electrónica, Universidad Tecnológica Metropolitana,
Departamento de Electricidad
Av. José Pedro Alessandri 1242, Ed. Fac. de Ingeniería, Santiago, Chile
e-mail: juan.negroni@utem.cl

RESUMEN

El siguiente documento aborda la dinámica de un quadricoptero bajo el modelado de Newton-Euler, concibiendo de esta forma las bases necesarias para desarrollar un modelo de control lineal orientado para la estabilización de un modelo de quadricoptero reducido a un eje. En la investigación se utilizan motores DC (continua) modelados de forma experimental, considerando las ecuaciones de fluidos de Bernulli que afectan las aspas del prototipo para una aproximación más cercana a la realidad. Los resultados de control realizados abordan una estabilización idónea según los rangos de operación del prototipo.

Palabras Clave: Quadricoptero, Newton-Euler, control lineal, matlab.

ABSTRACT

The following paper discusses the dynamics of a quadricopter under the Newton Euler modeling conceiving in this way the basis for developing a linear control oriented model for the stabilization of a reduced model quadricopter an axis. Researches in Dc motors are used experimentally modeled by considering the fluid equations involving Bernulli prototype blades for a closer approximation to reality. The results of control studies addressed a suitable stabilization operating ranges as the prototype.

Keywords: Matlab, Control Model, quadricopter.

1 INTRODUCCIÓN

Para realizar un modelo dinámico de un sistema es importante comenzar el estudio sobre las fuerzas que interactúan en un cuadri-coptero, se debe tener en cuenta que las variables físicas que lo afectan como: la gravedad, la deformabilidad del material, la fricción, el peso y la deformabilidad de las hélices ante variaciones de velocidad, son del todo complejas y no lineales.

VARIABLES como la deformabilidad de un material y de las hélices, complejizarían demasiado el intento de realizar un modelo, por lo tanto, se asumirán diversas características que deberá poseer la estructura, para facilitar la comprensión y el modelo de lo planteado. La estructura se supondrá de la siguiente manera:

1. La estructura se supone rígida.
2. La estructura se supone simétrica.
3. El centro de masas de la estructura coincide con la posición de ésta.
4. Las hélices se suponen rígidas.

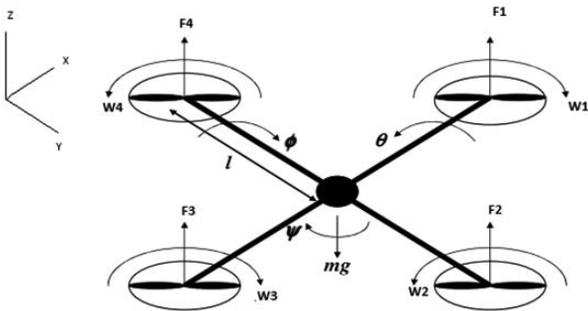


Figura 1. Estructura del cuadricóptero con consideraciones de rotación y ángulos de fuerza.

2 MODELADO CON FORMALISMO NEWTON-EULER

Para analizar la estructura, existen dos opciones de análisis, una de ellas es el formalismo de Euler-Lagrange que estudia el comportamiento de un cuerpo a través de la energía potencial y cinética de este y otro, es el formalismo Newton-Euler, que estudia el modelo según

las ecuaciones de fuerza de Newton y las de rotaciones de Euler. Este último será el modelo a utilizar.

Las fuerzas en estado de equilibrio se encuentran paralelas al eje z, donde la suma equitativa de fuerzas de los motores es igual a la fuerza de gravedad. La representación matricial en cada eje es definido por la ecuación (1) donde m representa la masa neta de la estructura y R_a^b la matriz de rotación.

$$m \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} + R_a^b \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^4 F_{Motor_i} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Matriz de Rotación

La matriz de rotación en un conjunto de coordenadas que desplaza un sólido de un punto a hasta un punto b a través de rotaciones sucesivas en distintos ejes. Comúnmente es usada con los ángulos de Euler que constituyen un conjunto de tres coordenadas angulares que sirven para especificar la orientación de un sistema de referencia de ejes ortogonales, normalmente móvil, respecto a otro sistema de referencia de ejes ortogonales normalmente fijos. Fueron introducidos por Leonhard Euler en mecánica del sólido rígido para describir la orientación de un sistema de referencia solidario con un sólido rígido en movimiento.

Las rotaciones de Euler son los movimientos resultantes de variar uno de los ángulos de Euler dejando fijos los otros dos, es por esto que resulta sencillo obtener las coordenadas de rotación para cada uno de los ejes, obteniendo los valores de los ángulos de Euler en el eje X (roll), eje Y (Pitch) y el eje Z (Yaw).

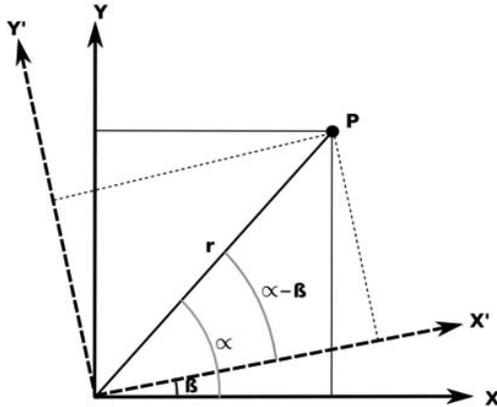


Figura 2. Rotación de Euler en eje z

Para obtener estos valores se supondrá un punto fijo P, como muestra la figura 2, a una distancia r en un plano de referencia XY el cual rota β grados en torno al eje Z, donde se desea obtener la posición respecto al plano X'Y'.

De la figura 2 se extrae que la distancia r es la misma en ambos sistemas, por lo que el vector posición en el eje de referencia (X,Y) y (X',Y') se extrae simplemente por trigonometría (2).

$$\begin{aligned} X &= r \cos(\beta) \\ Y &= r \sin(\beta) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} X' &= r \cos(\alpha - \beta) \\ Y' &= r \sin(\alpha - \beta) \end{aligned}$$

Tomando en cuenta la identidad trigonométrica $\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$.

$$\begin{aligned} X' &= r \cos(\alpha - \beta) \\ X' &= r(\cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta)) \end{aligned} \quad (3)$$

Al recomodar términos en función del plano XY, se obtiene (4)

$$X' = X \cos(\beta) - Y \sin(\beta) \quad (4)$$

De igual forma utilizando la identidad trigonométrica $\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \cos(x)\sin(y)$ se obtiene la componente Y'.(5).

$$Y' = -X \sin(\beta) + Y \cos(\beta) \quad (5)$$

Matricialmente la rotación de β grados respecto al eje z queda representado por (6).

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & \sin(\beta) \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \quad (6)$$

Para obtener la expresión tridimensional basta saber que en este caso, la rotación es exclusivamente alrededor del eje y por tanto la coordenada z se mantiene constante. Entonces la rotación alrededor de z es:

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & \sin(\beta) & 0 \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

En general, la rotación de un sistema de coordenadas p a otro sistema q se puede expresar como:

$$x_q = R_p^q x_p$$

Donde x_q es el vector definido en el sistema q, x_p es el vector definido en el sistema p, R_p^q es la matriz de rotación que convierte de p a q. Entonces las matrices de rotación del eje x (roll), eje y (pitch) y eje z (yaw) respectivamente son:

$$R_{p_x}^q \text{ROLL} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ 0 & \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

$$R_{p_y}^q = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

Por lo tanto, para realizar una translación completa, según Euler, es necesario mover cada uno de los ejes en forma fija respecto a otro. Para el caso de la aeronave se escoge una configuración de translación de Yaw, Roll, Pitch, es decir, se rotará el eje z, luego el eje x y por último el eje y. La matriz resultante se obtiene por la propiedad de la matriz de rotación. Multiplicando en orden cada rotación de eje:

$$R_{\psi}^{\phi} = R_{\psi} \cdot R_{\phi} \cdot R_{\psi} \quad (2.0)$$

$$R_{\psi}^{\phi} = \begin{pmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

Luego, la matriz resultante es:

$$R_{\psi}^{\phi} = \begin{pmatrix} -s(\psi)s(\phi)s(\theta)+c(\psi)c(\theta) & -s(\psi)c(\phi) & s(\psi)s(\phi)c(\theta)+s(\theta)c(\psi) \\ s(\phi)s(\theta)c(\psi)+s(\psi)c(\theta) & c(\psi)c(\phi) & -s(\phi)c(\psi)c(\theta)+s(\psi)s(\theta) \\ -s(\theta)c(\phi) & s(\phi) & c(\phi)c(\theta) \end{pmatrix}$$

Donde s(x) corresponde al seno(x) y c(x) al coseno(x).

1.1.1 ECUACIONES DE EULER

Todas las partículas de un cuerpo al instante de rotar sobre un centro O, sufrirán fuerzas translacionales, en donde se debe cumplir que el momento angular de dicha partícula, cumpla la siguiente ecuación:

$$\vec{M} = \int dm(\vec{r} \times \vec{v}) \quad (2.3)$$

De forma más clara se reemplaza la velocidad lineal por la angular.

$$\vec{M} = \int dm(\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})) \quad (2.4)$$

Al desarrollar el doble producto cruz

$$\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = r^2 \vec{\omega} - (\vec{r} \cdot \vec{\omega}) \vec{r} \quad (2.5)$$

Donde para movimientos planos el segundo término de la derecha se anula. Por lo tanto el momento angular queda definido por:

$$\vec{M} = \left(\int r^2 dm \right) \cdot \vec{\omega} \quad (2.6)$$

Donde r es la distancia al centro de masas del sólido, $\vec{\omega}$ el vector de velocidad angular y dm la diferencial de masa. El valor de $\int r^2 dm$ es conocido como el tensor de inercia definido como:

$$J = \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Al suponerse una estructura simétrica el tensor toma la forma diagonal.

$$J = \begin{pmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Los valores de cada momento de inercia estarán dados estrictamente por la construcción física de la aeronave. Luego, la derivada del momento angular entregará el torque ejercido al cuerpo.

$$\frac{dM}{dt} = T \quad (2.9)$$

Donde M es el momento angular y $T=[\tau_x \tau_y \tau_z]^T$ el torque aplicado. Por otra parte, los torques aplicados tomarán distintas formas al depender de la configuración física de los motores. La rotación en torno al eje X se deberá a una diferencia entre las fuerzas de F_3 y F_1 . Concretamente se tendrá que el torque aplicado es:

$$\tau_x = L(F_3 - F_1) \quad (3.0)$$

Donde L es la distancia del motor al centro de masas del cuadricóptero. De forma análoga la rotación en torno al eje Y y Z se define como:

$$\tau_y = L(F_4 - F_2) \quad (3.1)$$

$$\tau_z = L((F_4 - F_2) - (F_3 - F_1)) \quad (3.2)$$

Al tomar la ecuación de Coriolis:

$$\frac{dM}{dt_i} = \frac{dM}{dt_v} + \omega \times M = T \quad (3.3)$$

De esta manera se llega a las ecuaciones de Euler que describen como las componentes del vector velocidad angular, evolucionan en el tiempo en respuesta a los torques aplicados:

$$J \begin{pmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L(F_{Motor_3} - F_{Motor_1}) \\ L(F_{Motor_4} - F_{Motor_2}) \\ L[(F_{Motor_3} - F_{Motor_1}) - (F_{Motor_4} - F_{Motor_2})] \end{pmatrix} \times J \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

2 MODELO DEL MOTOR

Los motores a utilizar en esta investigación, son motores Dc, debido a la facilidad de adquisición y de modelado que poseen en comparación con los motores brushless. Los motores Brushless poseen mayor costo, un control mas complejo pero mayor eficiencia en comparación con los motores Dc. Los motores Dc elegidos fueron extraídos de mini helicopteros radio controlados, aprovechando las características mecánicas ya inmersas en este tipo de juguetes.

Las ecuaciones que rigen el comportamiento del motor dc se dividen en un sub-sistema eléctrico y mecánico. El sistema eléctrico queda descrito como:

$$V_a = L \frac{di}{dt} + Ri + e_t \quad (3.5)$$

Donde $e(t)$ es la FEM producida, proporcional a la velocidad angular del rotor.

$$e_t = K_t \omega_{motor} \quad (3.6)$$

Luego, el sistema mecánico puede ser descrito como:

$$\frac{\omega_{motor}}{V_a} = \frac{K}{(Js + b)(Ls + r) + C} \quad (3.7)$$

Donde es una constante.

En el dominio de Laplace, el modelo que representa la velocidad angular del motor es:

$$\frac{\omega_{motor}}{V_a} = \frac{K}{(Js + b)(Ls + r) + C} \quad (3.7)$$

Un análisis alternativo al tradicional, es considerar en el modelo mecánico, la fuerza de roce que produce la hélice, es decir:

$$J_{motor} \frac{d\omega_{motor}}{dt} = \tau_{motor} - \tau_{friccion} \quad (3.8)$$

$$\tau_{friccion} = \frac{1}{2} C_t A \rho \cdot v^2 \quad (3.9)$$

Donde $\tau_{friccion}$ es la fuerza experimentada por una hélice, determina por las ecuaciones de fluidos de bernulli (3.9).

Dónde:

A Corresponde al área descrita por la hélice, ρ la densidad del fluido, v velocidad lineal de la hélice y C_t el coeficiente de arrastre.

Luego, considerando que la inductancia del motor es despreciable e incluyendo la fricción aerodinámica y (3.5) en (3.8), se llega a la siguiente expresión:

$$J_{motor} \frac{d\omega_{motor}}{dt} + \frac{K}{R} \omega_{motor} + \frac{\rho A}{2} \omega_{motor}^2 = \frac{K}{R} V_a \quad (4.0)$$

Al derivar la ecuación dos veces se obtiene:

$$J_{motor} \frac{d^3 \omega_{motor}}{dt^3} + \frac{K}{R} \frac{d^2 \omega_{motor}}{dt^2} + \rho A \frac{d\omega_{motor}}{dt} = \frac{K}{R} \frac{d^2 V_a}{dt^2} \quad (4.1)$$

Por último, al aplicar la transformada de Laplace se llega a:

$$\frac{\omega_{motor}}{V_a} = \frac{\frac{K}{R} \cdot S}{S^2 \cdot J_{motor} + \frac{K}{R} S + \rho A} \quad (4.2)$$

Considerando el tamaño que poseen los motores (no más de 3cm de largo y 2 de ancho), es posible pensar que la respuesta generada sea lo suficientemente rápida para pensar en una función de transferencia de primer orden. Bajo esta premisa y considerando la inductancia despreciable, se llega a:

$$\frac{\omega_{motor}}{V_a} = \frac{\frac{K}{R}}{J_{motor} \cdot S + (\frac{K}{R} + b)} \quad (4.3)$$

Luego, en la fase de modelado experimental, se escogerá según los resultados, el modelo que mejor se aproxime a la respuesta de los motores.

2.1 EMPUJE PRODUCIDO POR LOS MOTORES

Al considerar maniobras quiási-estáticas, la velocidad angular del motor puede considerarse como constante, por lo que se obtiene de (3.8).

$$\tau_{fricción} = \tau_{motor} \quad (4.4)$$

Luego, al rescribir la ecuación en términos de velocidad angular

$$\tau_{motor} = \frac{\rho A}{2r^2} \omega_{motor}^2 \quad (4.5)$$

Donde r corresponde al radio de la hélice. Por último, se sabe que:

$$\tau = F \times r \quad (4.6)$$

Por lo que se puede obtener el empuje del motor en [N] queda expresado como:

$$F_{motor} = \frac{\rho A}{2r^3} \omega_{motor}^2 \quad (4.8)$$

Al derivar la ecuación y llevarla al dominio de la frecuencia, la fuerza ejercida por el motor que definida como:

$$F_{(s)} = \frac{A}{s} \omega_{(s)} \quad (4.8.1)$$

Donde A es una constante

3 Modelo Balancín

Para una mejor comprensión y segmentación del sistema, se analiza lo que ocurre cuando se posee solo un eje con dos motores girando contrariamente, como muestra la figura tres.

La implementación física consta de un potenciómetro en el centro, el cual realimenta el ángulo de inclinación generado por la fuerza de empuje de cada motor

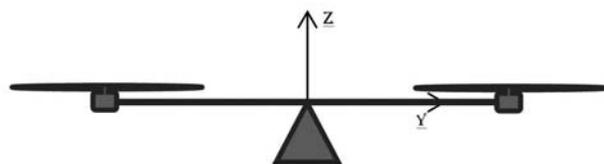


Figura tres. Modelo físico de un balancín

La dinámica que describe el comportamiento de este sistema, se deduce directamente del modelo de un cuadricóptero pero enfocado solo en un eje cartesiano y con solo eje rotacional. En este caso el eje de giro corresponderá al x, provocando que solo exista el ángulo de inclinación correspondiente al Roll.

Las ecuaciones que describen el comportamiento cartesiano del sistema propuesto es la siguiente

$$m \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} + R_v^w \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^2 F_{Motor_i} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

$$m \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ 0 & \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ F_1 + F_2 \end{pmatrix}$$

$$Fuerza_y = -\sin(\varphi) (F_1 + F_2) \quad (5.0)$$

$$Fuerza_z = \cos(\varphi) (F_1 + F_2) \quad (5.1)$$

Donde la matriz de rotación en el eje X se obtiene de la ecuación (1.9). Por lo que al aplicar la matriz se obtiene que en el eje X, no existe aceleración alguna, debido a que este es el único eje que gira.

Luego las rotaciones descritas por la ecuación (3.4) pueden ser simplificadas, dado que solo existe velocidad angular en el eje X, el producto cruz se iguala a cero. Obteniendo:

$$J\alpha_x = L(F_{Motor_3} - F_{Motor_1}) \quad (5.2)$$

Es decir, el sistema se define por las ecuaciones (4.9) y (5.2).

4 DESARROLLO EXPERIMENTAL Y CONTROL PROPUESTO

Al llevar al dominio frecuencial la ecuación (5.2) y reemplazar la ecuación (4.8.1) en (5.2), queda el actuador y la planta del sistema, definido por:

$$s^2 \theta_x = L(F_{(s)Motor_3} - F_{(s)Motor_1}) \quad (5.3)$$

$$\theta_x = \frac{K}{s^2} \left(\frac{\omega_{(s)Motor_3}}{s} - \frac{\omega_{(s)Motor_1}}{s} \right)$$

Luego, experimentalmente se obtuvo la función de transferencia de dos motores (A y B) con la herramienta Ident de matlab, donde se muestrearon los datos de velocidad angular y voltaje a 63.45Hz. El objetivo es determinar la mejor aproximación modelada por las ecuaciones (4.3), (3.7) y (4.2) respectivamente. La figura 4 muestra la velocidad angular obtenida y la señal de entrada del motor A.

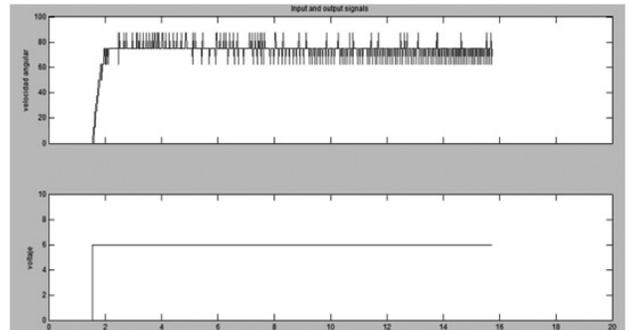


Figura cuatro. Respuesta Motor A

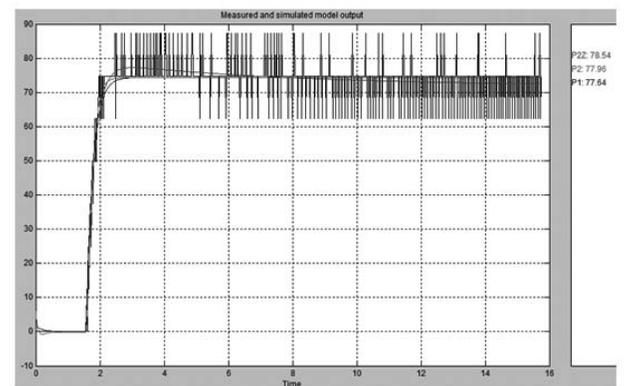


Figura cinco. P1 representa una similitud del 77.64% con una FT de un polo, P2 un 77.96% con dos polos, P2Z un 78.54% con dos polos y un cero.

Las Funciones de transferencia identificadas son las siguientes:

a) Función de primer orden. Ecuación (4.3)

$$\frac{\omega_{motor}}{v} = \frac{12.4}{0.2164 \cdot s + 1} \quad (5.4)$$

77.64% Similitud

b) Función de Segundo Orden. Ecuación (3.7)

$$\frac{\omega_{motor}}{v} = \frac{12.39}{(0.0776 \cdot s + 1)(0.1356 \cdot s + 1)} \quad (5.5)$$

77.96% Similitud

c) Función de Segundo Orden con un cero. Ecuación (4.2)

$$\frac{\omega_{motor}}{v} = \frac{11.971 \cdot (6.5289 \cdot s + 1)}{(5.9424 \cdot s + 1)(0.2498 \cdot s + 1)} \quad (5.6)$$

78.54% Similitud

Luego, al identificar el sistema del motor B.

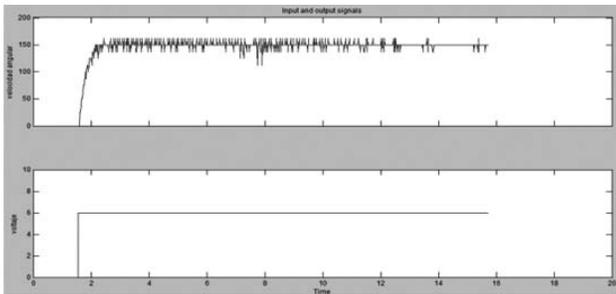


Figura seis. Respuesta Motor A

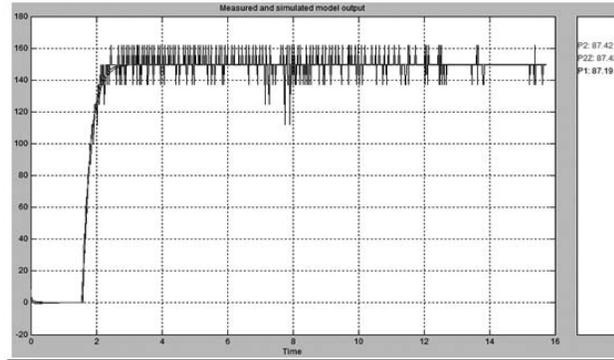


Figura siete. P1 representa una similitud del 87.19% con una FT de un polo, P2 un 87.42% con dos polos, P2Z un 87.42% con dos polos y un cero.

Las Funciones de transferencia identificadas son las siguientes:

a) Función de primer orden

$$\frac{\omega_{motor}}{v} = \frac{24.977}{0.2536 \cdot s + 1} \quad (5.7)$$

87.19% Similitud

b) Función de Segundo Orden

$$\frac{\omega_{motor}}{v} = \frac{24.961}{(0.21555 \cdot s + 1)(0.036047 \cdot s + 1)} \quad (5.8)$$

87.42% Similitud

c) Función de Segundo Orden con un cero

$$\frac{\omega_{motor}}{v} = \frac{24.958 \cdot (0.02205 \cdot s + 1)}{(0.20381 \cdot s + 1)(0.067453 \cdot s + 1)} \quad (5.9)$$

87.42% Similitud

Claramente, el modelo de los motores se puede aproximar a un sistema de primer orden, ya que, la similitud entre sistemas posee una diferencia máxima de 0.58%, lo que lleva a deducir que la incorporación de más polos no afectaría de forma significativa la precisión del sistema. Bajo esta premisa, se definirán los motores como un sistema de primer orden. La respuesta observada en las figuras cuatro y seis se debe a que el sistema mecánico actúa comparativamente más lento que el eléctrico, lo que implica que los polos del sistema mecánico, están más cerca del origen que el sistema eléctrico.

El modelo de control Propuesto consta de una linealización realizada a las ecuaciones (5.0) y (5.1) alrededor del punto de equilibrio, para luego aplicar un controlador, que cumplan los siguientes parámetros:

Overshot	<20%
Asentamiento	<8 seg

La estrategia de control consta de asegurar independientemente la controlabilidad de cada motor por separado, como muestra la figura ocho, para luego

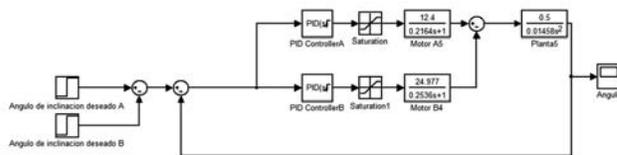


Figura Ocho. Diagrama de bloques del sistema de control

Luego, el lugar geométrico de las raíces compuesto por el actuador y la planta, es el siguiente:

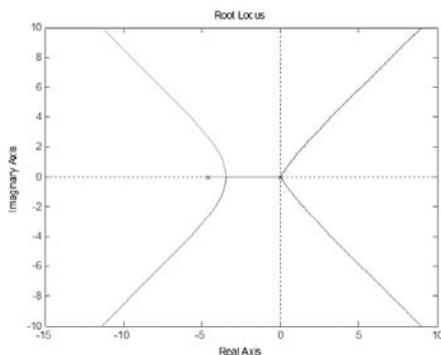


Figura Nueve. LGR de actuador y planta.

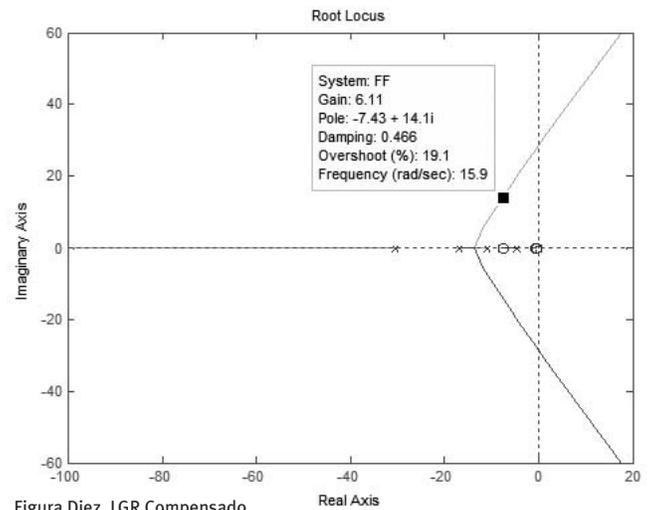


Figura Diez. LGR Compensado .

Se observa claramente que se ha logrado una cierta estabilidad después de aplicar el controlador. Por diseño, se opta el polo dominante que muestra la figura diez, ya que, en este punto, el controlador entregara como máximo un valor de voltaje de 6.3v, lo que es coherente con la alimentación de los motores (máximo 6.5v).

Al evaluar el controlador para el motor B, se obtuvo una respuesta satisfactoria, es decir, al modificar la ganancia del controlador a 3.49 se logra una respuesta similar al del motor A

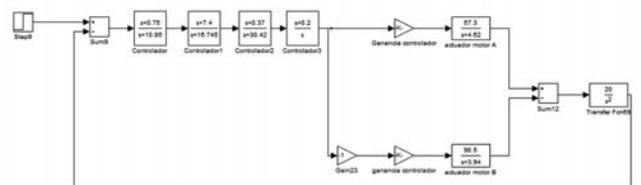


Figura Once. LGR Compensado.

Por último, la respuesta al escalón del sistema es la siguiente:

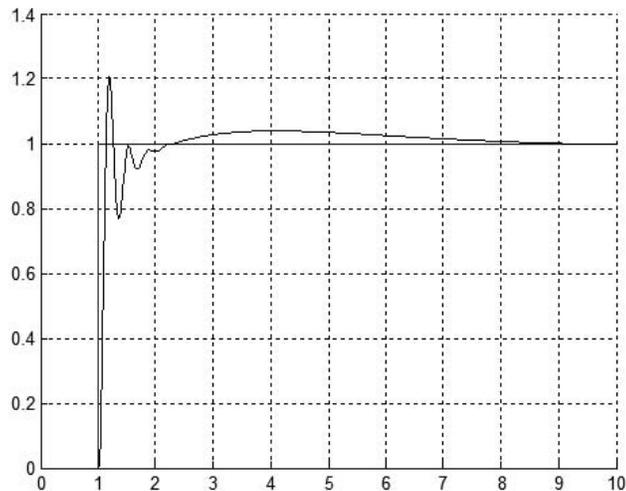


Figura Doce. Respuesta al escalón del sistema representado en la figura once

Conclusiones y Trabajo Futuro

Las características no lineales que presentó la dinámica del cuadricóptero, fue una enorme dificultad para realizar un modelo que siguiera de forma aceptable los requerimientos de estabilidad del balancín, es por esto, que se optó a un rango de inclinación restringido de $\pm\pi/4$ [rad], sin embargo, para efectos de estudio e implementación, el modelo planteado es ideal para entender conceptos básicos de la dinámica y estabilidad del cuadricóptero para su pronta implementación, ya que, el sistema planteado puede perfectamente extrapolarse al eje Y (pitch).

El control propuesto, responde a las necesidades de estabilización planteada de forma satisfactoria. Se logró controlar un sistema que de forma natural es inestable y complejo, a través de la linealización del sistema en un punto de equilibrio utilizando solo un controlador, en lugar de los dos planteados al comienzo.

El trabajo futuro al que se apunta, es la implementación de una unidad de medición inercial de seis grados de libertad (acelerómetro y giroscopio) capaz de diferenciar entre las señales de ruido generadas por el motor y la inclinación real del prototipo, implementando un filtro Kalman o complementario para este fin.

REFERENCIAS

1. S. Bouabdallah ., “Design and control of an indoor micro quadrotor,” in Proc. (IEEE) International Conference on Robotics and Automation, (New Orleans, USA), 2004
2. S. Bouabdallah, A. Noth, et al., “PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor,” in Proc. (IEEE) Conferencia Internacional sobre Robots Inteligentes, (Sendai, Japon) 2004.
3. S. Bouabdallah “Desing and Control of quadrotors with application to autonomus flying”, Phd Thesis, Ecole Polytechnique federale de Lausanne, 2007.
4. D.Mellinger, “Control of quadrotors for robust perching and landing”, University of Pennsylvania, 2010.
5. Hoffmann, G., Waslander, S., and Tomlin, C., “Quadrotor Helicopter Trajectory Tracking Control,” AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, Abril 2008. 1968.
6. Gerig, M., “Modeling, Guidance, and Control of Aerobatic Maneuvers of an Autonomous Helicopter”, Ph.D. thesis, Zurich, 2008.
7. P.Castillo. “Modelado y estabilizacion de un Helicoptero con cuatro rotors”., Revista iberoamericana de automatica e informatica industrial., (Valencia, España) 2007
8. G.Donde., “Bramwell’s Helicopter Dynamics” ,Segunda edicion, Oxford, 2001, p,1-77
9. J. Borenstein, “Hoverbot Project”, University of Michigan. Disponible en:
10. www.personal.engin.umich.edu/~johannb/hoverbot.htm.
11. R.Dorf. “Sistemas de control moderno”., Decima edicion, Madrid 2005, p,331-508
12. B.C.Kuo, Sistemas de control automático ,Septima edición, Madrid 1996. ,p,327-361.

-
13. V. Gavrilets, Autonomous aerobatic maneuvering of miniature helicopters.,Ph.D. thesis, Massachusetts Institute of Technology, Boston,MA, 2003
 14. M. Valenti, B. Bethke, G. Fiore, J. P. How and E. Feron, Indoor Multi-Vehicle Flight Testbed for Fault Detection, Isolation, and Recovery,AIAA 2006.
 15. Cínemática de los sistemas indeformables.
 16. Disponible en: <http://mecfunnet.faii.etsii.upm.es/Xitami/webpages/teoria/cineesf.pdf>
 17. Simulación por dinámica molecular del movimiento de un trompo pesado.
 18. Disponible en: http://revcolfis.org/publicaciones/vol38_1/articulos/pdf/3801417.pdf